REPUBLIQUE ISLAMIQUE DE MAURITANIE

Honneur - Fraternité - Justice

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
ET DE LA REFORME DU SYSTEME EDUCATIF
INSTITUT PEDAGOGIQUE NATIONAL

Mathématiques

2EME ANNEE SECONDAIRE

2022

Préface

Collègues Professeurs,

Chers élèves,

Dans le cadre des efforts visant à améliorer la qualité du système éducatif national et en accompagnement de la révision des programmes de l'Enseignement Secondaire opérée en octobre 2020 et des innovations nationales et internationales, l'Institut Pédagogique National cherche à concrétiser cette tendance en élaborant et publiant un manuel scolaire de qualité occupant une place de choix dans l'amélioration des pratiques pédagogiques.

Dans ce contexte, Nous sommes heureux de mettre entre les mains des élèves de la ***2ème AS*** *du Secondaire, le manuel de Mathématiques dans sa version expérimentale.*

Nous espérons que ce manuel constituera une aide précieuse pour améliorer l'efficacité de construction des savoirs chez les élèves.

Tout en souhaitant recevoir de la part des collègues professeurs, toute observation, suggestion ou proposition de nature à améliorer la version finale de cet ouvrage, nous ne pouvons qu'adresser nos vifs remerciements aux concepteurs :

Mohameden O/ Bah, *inspecteur de l'Enseignement Secondaire*
Yesleck O/ Bamba O/ Tiyib, professeur de l'Enseignement Secondaire
Ahmed Mahmoud O/ Yacoub, professeur de l'Enseignement Secondaire
Meymouna / Heyine, professeur de l'Enseignement Secondaire

Nos vifs remerciements vont également aux messieurs qui ont assuré la révision de ce manuel :

Mohameden O/ Bah
Inspecteur de l'Enseignement Secondaire

Mohameden O/ El Hady
Inspecteur de l'Enseignement Secondaire

Mise en page & Maquette :
Nejdi Sid'Ahmed Ejjeyed, Maquettiste /IPN

Directeur Général
Cheikh Ahmedou

AVANT-PROPOS

Chers collègues Professeurs,

Chers élèves,

C'est dans le cadre des énormes efforts que fournit l'Institut Pédagogique National pour mettre à votre disposition, dans les meilleurs délais, un outil pouvant vous aider à accomplir respectivement votre tâche que s'inscrit l'élaboration de ce manuel intitulé : ***Mathématiques*** $\boldsymbol{2^{\text{ème}}}$ ***AS*** *pour la deuxième année du collège.*

Celui-ci est conçu conformément aux nouveaux programmes en vigueur. Il vise à offrir aussi bien au professeur qu'à l'élève une source d'information et de connaissances (Activités, Savoirs ; Savoir-faire,….) pour aider le premier à préparer son cours et le second à mieux assimiler le contenu du programme de l'année et même à élargir son horizon. Il importe cependant qu'il ne peut en aucun cas être le seul support, ni pour l'un, ni pour l'autre et doit être renforcé et enrichi à travers la recherche d'autres sources d'informations.

Le contenu de ce manuel est réparti en dix-huit chapitres dont les intitulés sont mentionnés dans le tableau de matière et qui recouvrent les quatre domaines du programme à savoir: **Nombres et calculs**, ***Géométrie plane***, ***Organisation et gestion de données*** *et* ***Géométrie dans l'espace***.

Chaque chapitre renferme tous les savoirs et savoir-faire énoncés dans le programme dégagés à partir d'activités de découverte choisies pour leur adaptation à nos réalités et d'exercices d'application pour faciliter leur appropriation par les élèves.

Chaque chapitre est sanctionné par une ***série d'exercices*** *dont le niveau de difficultés est progressif pour mettre à l'épreuve les capacités de l'élève afin d'évaluer le degré d'assimilation des notions fondamentales abordées.*

Nous attendons vos précieuses remarques et suggestions en vue d'améliorer ce manuel dans ses prochaines éditions. Nous ne pouvons qu'adresser nos vifs remerciements aux concepteurs :

Mohameden O/ Bah, *inspecteur de l'Enseignement Secondaire*

Yesleck O/ Bamba O/ Tiyib, *professeur de l'Enseignement Secondaire*

Ahmed Mahmoud O/ Yacoub, *professeur de l'Enseignement Secondaire*

Meymouna / Heyine, *professeur de l'Enseignement Secondaire*

Nos vifs remerciements vont également aux messieurs qui ont assuré la révision de ce manuel :

Mohameden O/ Bah
Inspecteur de l'Enseignement Secondaire

Mohameden O/ El Hady
Inspecteur de l'Enseignement Secondaire

Table des matières

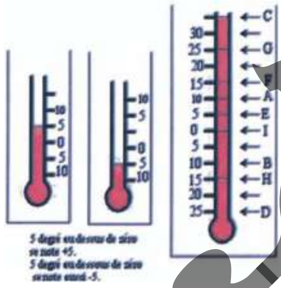
Chapitre 1 Les entiers relatifs

I. Activités préparatoires :

Activité 1: *Notion d'entier relatif*

1. *Quelles sont les températures indiquées par ces thermomètres ?*
   Comment différencier les deux valeurs trouvées ?
2. *Complète le tableau ci-dessous en donnant les températures relevées qui correspondent aux lettres indiquées sur la figure ci-contre :*

Niveau du liquide	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Température									



3. *Relève d'autres situations dans lesquelles, on utilise des nombres de sens différents.*

Activité 2: *Graduation d'une droite avec les entiers relatifs*

On donne une droite Δ sur laquelle on choisit deux points distincts comme suit :

- *Un point O auquel on associe le nombre 0 ;*
- *Un point I auquel on associe le nombre $+1$.*

On gradue ensuite cette droite de manière régulière dans un sens (à droite de O) par les entiers relatifs positifs (affectés du signe $+$) et dans l'autre sens (à gauche de O) par les entiers relatifs négatifs(affectés du signe $-$).

1. *Place les points A, B, C, D, E, F et G associés respectivement aux entiers relatifs suivants :*
   $+3$; -2 ; -6 ; $+7$; -9; $+8$ *et* $+10$;
2. *Indique la position de chaque par rapport point au point O ;*
3. *Place les points A', B', C', D' associés respectivement aux entiers relatifs suivants :*
   -3 ; $+2$; $+6$; -7; $+9$; -8 *et* -10, *puis compare les distances au point O des deux points dans les cas suivants :*
   a) A et A' ; *b) B et B' ;* *c) C et C' ;* *d) D et D'.*
   Conclus.

Activité 3:

On donne une droite Δ sur laquelle on choisit deux points distincts comme suit :

- *Un point O auquel on associe le nombre 0 ;*
- *Un point I auquel on associe le nombre +1.*

1. *Place les points A, B, C, D, E, F et G associés respectivement aux entiers relatifs suivants :*
   $+7$; -3 ; -4 ; $+9$; -8 ; $+5$ *et* $+4$.
2. *Indique la position du premier point cité par rapport au second point dans les cas suivants :*
   a) A et B ; *b) B et C ;* *c) C et E ;* *d) D et G ;* *e) E et F.*

Activité 4:

On donne une droite Δ sur laquelle on choisit deux points distincts comme suit :

- *Un point O auquel on associe le nombre 0 ;*
- *Un point I auquel on associe le nombre +1.*

1. *Place les points A, B, C, D, E, F et G associés respectivement aux entiers relatifs suivants :*
   $+4$; -9 ; -3 ; $+7$; -8 ; $+6$ *et* $+5$.
2. *Ordonne les nombres précédents du plus petit au plus grand*
3. *Comment appelle-on cet ordre ?*

Activité 5:

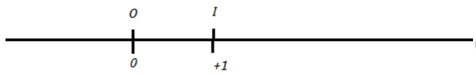
On donne une droite $\triangle$ sur laquelle on choisit deux points distincts comme suit :

- *Un point O auquel on associe le nombre* 0 ;
- *Un point I auquel on associe le nombre* $+1$.

1. *Place les points A, B, C, D, E, F et G associés respectivement aux entiers relatifs suivants :* $+6$; -7; -8 ; $+9$; -8 ; -10 *et* $+4$.
2. *Ordonne les nombres précédents du plus grand au plus petit*
3. *Comment appelle-on cet ordre ?*

Activité 6:

Soit $\triangle$ *une droite graduée.*



On choisit deux points distincts comme suit :

- *Un point O auquel on associe le nombre* 0 ;
- *Un point I auquel on associe le nombre* $+1$.

Mamadou va du point O à un point A puis du point A à un point B. Le sens du déplacement est indiqué comme suit :

- *Le signe* $-$ *pour tout déplacement à gauche;*
- *Le signe* $+$ *pour tout déplacement à gauche.*

Il fait respectivement les sauts dont les sens et les longueurs sont donnés par les entiers relatifs suivants :

1^er^ cas : $+8$; $+4$; *2^ème^ cas :* -2 ; -5 ; *3^ème^ cas : -3 ;* $+6$; *4^ème^ cas :* -9 ; $+7$.

1. *Qu'obtient-on si déplacement permet à Ahmed d'aller directement du point O au point B ?*
2. *Fais un schéma explicatif dans chacun des cas.*

Activité 7:

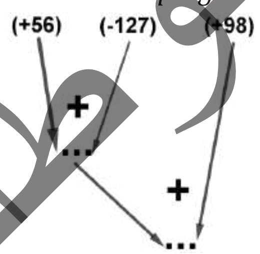
Complète le tableau suivant :

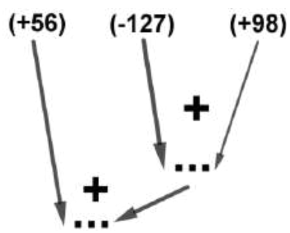
x	y	$x+y$	$y+x$
$(+7)$	$(+6)$		
$(+58)$	(-37)		
(-94)	$(+79)$		
(-43)	(-52)		

Que peux-tu conclure ?

Activité 8:

Complète les deux programmes de calcul ci-dessous en donnant les résultats des additions :





Traduis chacun des deux programmes par une somme algébrique.

Que peux-tu conclure ?

Activité 9:

Complète ce qui suit :

$(+198) + \dots\dots\dots.. = (+198)$; $(-468) + \dots\dots\dots.. = (-468)$;

$(+1764) + \cdots \dots. = (+1764)$; $(-98357) + \cdots \dots. = (-98357)$.

Que peux-tu conclure ?

Activité 10:

Complète ce qui suit :

$(+6198)+(-6198) =$ ……… ; *On écrit alors :* $Opp(+6198) =$……

$(-3498)+(+3498) =$ ……… ; *On écrit alors :* $Opp(-3498) =$……

$(+17648)+(-17648) =$ ……… ; *On écrit alors :* $Opp(+17648) =$ ……

$(-80947)+(+80947) =$ ……… ; *On écrit alors :* $Opp(-80947) =$ ……

Que peux-tu conclure ?

Activité 11:

1. *Sachant que :* $73-14=59$ *peut s'écrire :* $(+73)-(+14)=(+59)$; *calcule* $(+73)+opp(+14)$ *puis compare ces deux résultats obtenus.*
2. *Reprends la question précédente en prenant les entiers 118 et 69*
3. *En admettant que ce résultat reste juste pour tout couple d'entiers relatifs ; calcule*
   $(+18)+opp(+27)$; $(+78)+opp(-54)$; $(-56)+opp(+90)$;
   $(-57)+opp(-8)$; $(-74)+opp(-203)$.

Activité 12:

Calcule les sommes algébriques suivantes :

$(+3718)-(+814)+(+9318)-(+6314)$; $(-378)-(+5906)+(-4357)+(-2316)$.

Activité 13:

1. *Transforme les soustractions en additions dans les sommes algébriques suivantes :*
   $(+1738)-(+914)+(+7318)-(+2814)=$;
   $(-3578)-(+4906)+(-2357)+(-8016)=$.
2. *Supprime les parenthèses entourant les nombres et les signes d'addition dans chacune des sommes. Peux-tu simplifier davantage les écritures de ces sommes?*

Chapitre 1 Les entiers relatifs

II. Je retiens :

1. Notion d'entier relatif :

Définition et notation :

Un entier relatif est un entier naturel précédé du signe + ou – ;

- *L'ensemble des entiers relatifs est noté* $\mathbb{Z}$ *;*
- *Les entiers relatifs négatifs sont ceux écris avec le signe – ;*
- *Les entiers relatifs positifs sont ceux écris avec le signe +.*

Remarque 1 :

Les nombres susceptibles d'apparaitre dans la deuxième ligne du tableau de l'activité 1 sont des entiers relatifs.

Remarque 2 :

- *Un nombre entier relatif peut s'écrire de diverses façons :*
  - *Un nombre entier relatif positif : Exemple* $+24$ *peut s'écrire* $(+24)$ *ou simplement* 24
  - *Un nombre entier relatif négatif, par exemple* -97 *peut s'écrire* (-97)
- *Le nombre zéro est le seul décimal relatif à la fois positif et négatif :* $+0 = -0 = 0$.

Remarque 3 :

Au vu de ce qui précède, on peut identifier l'ensemble des entiers relatifs positifs à l'ensemble des entiers naturels, on dira ainsi que $\mathbb{N}$ *est un sous-ensemble des entiers relatifs et on écrit :* $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

Régle 1 :

Deux entiers relatifs opposés ont :

- *Des signes contraires*
- *Leurs points associés sur une droite graduée sont à égale distance du point d'abscisse 0.*

1. Ordre dans Z :

2.a Comparaison de nombres relatifs :

Régle 2 :

Sur une droite graduée, tout entier relatif représenté à droite d'un entier relatif est plus grand que celui-ci, ainsi :

- *Un entier relatif strictement positif est supérieur à tout entier relatif négatif ;*
- *Si deux entiers relatifs sont positifs le plus petit est celui qui à la plus petite distance à zéro ;*
- *Si deux entiers relatifs sont négatifs le plus petit est celui qui à la plus grande distance à zéro.*

2.b Rangement d'entiers relatifs :

Régle 3 : **Ordre croissant**

Donner l'ordre croissant de nombres entiers relatifs c'est ordonner ces nombres du plus petit au plus grand.

Régle 4 : **Ordre décroissant**

Donner l'ordre décroissant de nombres entiers relatifs c'est ordonner ces nombres du plus grand au plus petit .

3. Opérations sur les entiers relatifs :

3. a. Addition des entiers relatifs :

Régle 5 :

Pour calculer la somme de deux entiers relatifs de même signe :

- *On additionne leurs distances à zéro (l'origine)*
- *On met devant le résultat le signe commun.*

Régle 6 :
Pour calculer la somme de deux nombres entiers relatifs de signes contraires :
- On soustrait leurs distances à zéro (l'origine)
- On met devant le résultat le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro.

Propriété de l'addition des entiers relatifs :

Propriétés 1: Commutativité
Le résultat ne change pas si on échange l'ordre des termes d'une addition de deux entiers relatifs :
Quels soient les entiers relatifs x et y, on a $x + y = y + x$.
On dit que l'addition des entiers relatifs est commutative.

Propriétés 2: Associativité
Le résultat ne change pas si l'on déplace les parenthèses d'un rang: Quels soient les entiers relatifs x, y et z, on a $(x + y) + z = x + (y + z)$.
On dit que l'addition des entiers relatifs est associative.

Propriétés 3: Elément neutre
Ajouter 0 à un entier relatif ne change rien : Pour tout entier relatif x, on a :
$x + 0 = 0 + x = x$.
On dit que 0 est l'élément neutre pour l'addition des entiers relatifs.

Propriétés 4: Opposé d'un entier relatif
La somme d'un entier relatif et son opposé est égale à zéro :
Quel soit l'entier relatif x, on a : $x + Opp(x) = Opp(x) + x = 0$.

3. b. Différence de deux entiers relatifs :

Régle 7 :
Pour soustraire un entier relatif on ajoute son opposé :
Pour tous entiers x et y on a : $x - y = x + opp(y)$.

3. C. Sommes et différences de plusieurs entiers relatifs :

Régle 8 :
Pour calculer une expression renfermant des sommes et /ou des différences de plusieurs entiers relatifs, on peut transformer les soustractions en additions puis on regroupe les termes de mêmes signes et en fin on calcule le résultat final.

Remarque 4 :
Pour calculer une somme algébrique (sommes et/ ou différences de plusieurs entiers relatifs), toutes les méthodes qui donnent le bon résultat sont correctes ; mais certaines sont assez fréquemment utilisées.

Régle 9 :
Pour simplifier l'écriture d'une somme algébrique :
- On supprime les parenthèses entourant les nombres et les signes d'addition ;
- Le signe + en début de la somme algébrique.

Remarque 5 :
Dans ce chapitre, on se limitera à la notion d'entier relatif, à l'ordre, à l'addition et la soustraction ; les autres aspects du calcul dans $\mathbb{Z}$ seront abordés plus tard dans les chapitres sur les décimaux.

III. Je sais - faire :

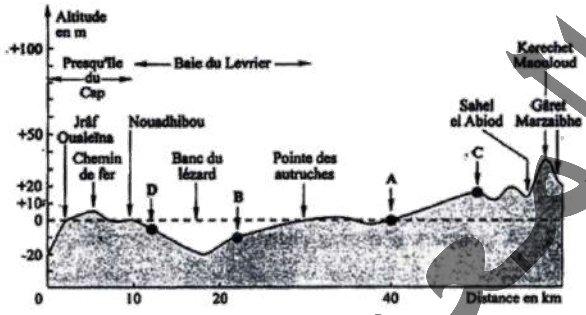
Enoncés des exercices d'application :

Exercice d'application 1

Voici ci-contre une coupe, effectuée dans la wilaya de Nouadhibou :

La ligne horizontale en pointillé représente le niveau de la mer. Colorie en bleu les zones qui représentent la mer ou l'eau.

A un lieu donné, on associe son altitude ou sa profondeur exprimée par un nombre comme suit :



- Sahel El Abiod est à une altitude de 15m notée $(+15)$
- Le banc du Lézard est à profondeur de 20m notée (-20)

1. Complète le tableau suivant :

Coupe de Nouadhibou	Niveau par rapport à la mer (Altitude ou profondeur)	Nombre associé
Kerchet Maouloud	38m au-dessus du niveau de la mer	$+38$
Chemin de fer	6m au-dessus du niveau de la mer	
Banc du Lézard	20 m au-dessous du niveau de la mer	

2. Associe à chacun des points A, B, C et D indiqués sur la coupe un nombre, examine son sens.
3. Inversement, indique sur la coupe topographique des points notés M, N, P et Q qui correspondent respectivement aux nombres $+5$; -15 ; 0 et 30.

Exercice d'application 2

Représente les entiers relatifs suivants puis complète ce qui suit en utilisant les symboles $\leqslant$ et $\geqslant$:

$+5 \;....+8$; $-5 \;....+4$; $+1 \;....+4$; $-6 \;....-7$; $-6 \;....+3$; $-2 \;...+2$.

Exercice d'application 3

Donne l'ordre croissant puis décroissant des nombres entiers relatifs suivants :

$+38$; $+94$; -27 ; $+59$; $+101$; $+69$; -78 ; -94 ; -218 ; $+345$; -724 ; $+724$.

Exercice d'application 4

Calcule les sommes suivantes :

$(+37) + (+14) =$; $(+58) + (+45) =$; $(+98) + (-64) =$; $(+138) + (-81) =$;
$(+218) + (-504)$; $(-478) + (+514)$; $(-638) + (-957) =$; $(-498) + (-757) =$.

Exercice d'application 5

Justifie les transformations ci-dessous :

$A = [(+38) + (-65)] + (-47)$;
$A = (+38) + [(-65) + (-47)]$;

$A = (+38) + [(-47) + (-65)]$;
$A = (+38) + (-112)$;
$A = (-112) + (+38)$;
$A = (-74)$.

Exercice d'application 6

Calcule les différences suivantes :

$(+73) - (+68)$; $(+57) - (+69)$; $(+93) - (-24)$; $(+97) - (-81)$; $(+618) - (-104)$;
$(-831) - (+494)$; $(-9\,138) + (-5\,587)$; $(-69\,188) - (-46\,079)$.

Exercice d'application 7

1. *Transforme les soustractions en additions puis calcule :*
   $A = (+17) + (-8) - (-14) - (+25) - (+39) + (+11) =$;
   $B = (-48) - 31 - (+24) + (-16) =$;
   $C = (-19) - (-31) - (+24) + (-47) =$;
   $D = (-98) + (+78) - (-85) - (+122) - (-94) =$.
2. *Peux-tu envisager d'autres méthodes pour calculer les expressions précédentes ?*

Exercice d'application 8

Simplifie l'écriture de chacune des sommes algébriques puis calcule-les :

$A = (-23) + (-13) - \ -57) - (+44) - (+26) =$;
$B = (-105) + (-42) - (-98) - (+73) + (-11) =$;
$C = (-96) - (-83) - (+47) - (+74) =$;
$D = (+132) - (-89) - (+34) + (-25) =$.

Solutions des exercices d'application

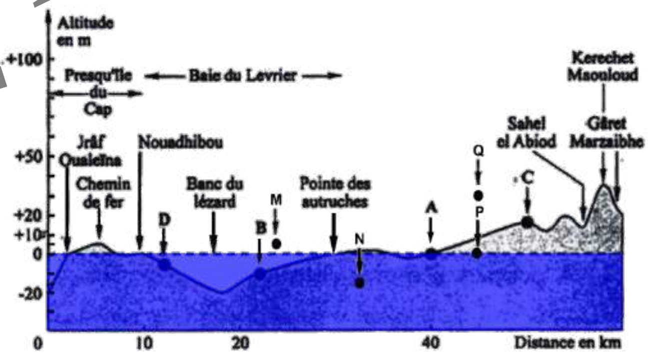
Exercice d'application 1

Voici ci-dessous une coupe, effectuée dans la wilaya de Dakhlet Nouadhibou :
La ligne horizontale en pointillé représente le niveau de la mer. Je colorie en bleu les zones qui représentent la mer ou l'eau (voir figure ci-dessous).

1. *Je complète le tableau suivant :*

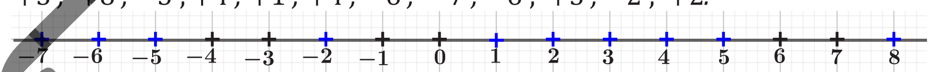
Coupe de Nouadhibou	Niveau par rapport à la mer (Altitude ou profondeur)	Nombre associé
Kerchet Maouloud	38m au dessus du niveau de la mer	$+38$
Chemin de fer	6m au dessus du niveau de la mer	$+6$
Banc du Lézard	20 m au dessous du niveau de la mer	-20

2. *J'associe à chacun des points A, B, C et D indiqués sur la coupe un nombre, j'examine son sens :* $A(0), B(-10), C(+15)$ *et* $D(-5)$.
3. *Inversement, j'indique sur la coupe topographique des points notés M, N, P et Q qui correspondent respectivement aux nombres* $+5$; -15 ; 0 *et* 30.



Exercice d'application 2

Je représente les entiers relatifs suivants :
$+5$; $+8$; -5 ; $+4$; $+1$; $+4$; -6 ; -7 ; -6 ; $+3$; -2 ; $+2$.



Je complète ce qui suit en utilisant les symboles $\leqslant$ *et* $\geqslant$:
$+5 \leqslant +8$; $-5 \leqslant +4$; $+1 \leqslant +4$; $-6 \geqslant -7$; $-6 \leqslant +3$; $-2 \leqslant +2$.

Exercice d'application 3

Je range les nombres entiers relatifs donnés :

- *Dans l'ordre croissant :*

-724 ; -218 ; -94 ; -78 ; -27 ; $+38$; $+59$; $+69$; $+94$; $+101$; $+345$; $+724$.

- *Dans l'ordre décroissant :*

$+724$; $+345$; $+101$; $+94$; $+69$; $+59$; $+38$; -27 ; -78 ; -94 ; -218 ; -724.

Exercice d'application 4

Je calcule les sommes suivantes :

$(+37)+(+14)=+51$; $(+58)+(+45)=+103$; $(-478)+(+514)=+36$;
$(+138)+(-81)=+57$; $(+218)+(-504)=-84$; $(+98)+(-64)=+34$;
$(-638)+(-957)=-1595$; $(-498)+(-757)=-1255$.

Exercice d'application 5

Je justifie les transformations ci-dessous :

$A=[(+38)+(-65)]+(-47)$;
$A=(+38)+[(-65)+(-47)]$; (**Associativité de l'addition**)
$A=(+38)+[(-47)+(-65)]$; (**Commutativité de l'addition**)
$A=(+38)+(-112)$; (**J'effectue l'addition**)
$A=(-112)+(+38)$; (**Commutativité de l'addition**)
$A=(-74)$. (**J'effectue l'addition**)

Exercice d'application 6

Je calcule les différences suivantes :

$(+73)-(+68)=+5$; $(+57)-(+69)=-12$; $(+93)-24=+117$;
$(+97)-(-81)=+178$; $(+618)-(-104)=+722$; $(-831)-(+494)=-1325$;
$(+9\,138)-(-5\,587)=+14\,725$; $(-69\,188)-(-46\,079)=-23\,009$.

Exercice d'application 7

1. *Je transforme les soustractions en additions puis je calcule :*
   $A=(+17)+(-8)-(-14)-(+25)-(+39)+(+11)$
   $=(+17)+(-8)+(+14)+(-25)+(-39)+(+11)=-30.$
   $B=(-48)-(-31)-(+24)+(-16)$
   $=(-48)+(+31)+(-24)+(-16)=-57.$
   $C=(-19)-(-31)-(+24)+(-47)$
   $=(-19)+(+31)+(-24)+(-47)=-59.$
   $D=(-98)+(+78)-(-85)-(+122)-(-94)$
   $=(-98)+(+78)+(+85)+(-122)+(+94)=+37.$
2. *Je peux envisager d'autres méthodes pour calculer les expressions précédentes sont des sommes algébriques :*
   - *Une somme algébrique pouvant être considérée comme une succession d'additions. L'addition étant commutative, on peut alors changer l'ordre des termes.*
   - *De plus, l'addition étant associative, il est possible de regrouper d'une part les termes précédés du signe « + » et d'autre part, les termes précédés du signe « − »*
   - *Le regroupement peut se faire mentalement ou par simplification des opposés*

Exercice d'application 8

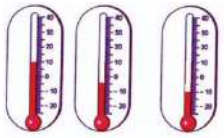
Je simplifie l'écriture de chacune des sommes algébriques puis je calcule les sommes :

$A=(-23)+(-13)-(-57)-(+44)-(+26)$
$=-23-13+57-44-26=-49.$
$B=(-105)+(-42)-(-98)-(+73)+(-11)$
$=-105-42+98-73-11=-123.$
$C=(-96)-(-83)-(+47)-(+74)$
$=-96+83-47-74=-134.$
$D=(+132)-(-89)-(+34)+(-25)$
$=132+89-34-25=162.$

IV. Je m'exercice :

Exercice 1 :

Quelles sont les températures indiquées par les thermomètres ci-contre ?



Exercice 2 :

Dans une entreprise, il y a des recettes et des dépenses. Reproduis et complète le tableau ci-dessous en calculant le bilan de chaque journée.

Jour	Recette	Dépense	Bilan
lundi	8750	4300	
Mardi	5095	5870	
Mercredi	7235	210	
Jeudi	3455	6525	
Vendredi	7395	5435	

Exercice 3 :

Après avoir joué 22 parties au 'jeu de dames' lors d'un championnat, plusieurs équipes décident de comptabiliser les résultats dans un tableau. Reproduis ce tableau puis complète-le par les nombres relatifs qui conviennent.

Equipes	Parties gagnées	Parties perdues	Bilan
A	20	2	
B	9	13	
C	10	10	
D	7	15	
E	16	6	
F		8	6
G	5		−12

Exercice 4 :

Indique si les entiers relatifs suivants sont positifs ou négatifs :

-15 ; 37 ; -25 ; 124 *et* 0.

Exercice 5 :

Donne les nombres relatifs opposés des nombres relatifs suivants : -12 ; 35 ; -17 ; 87 ; -72.

Exercice 6 :

a. *Quel est l'opposé de* -3 *?*

b. *Quel est l'opposé de l'opposé de* -3 *?*

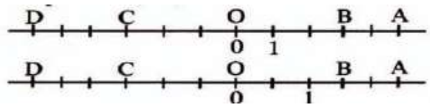
c. *Quel est l'opposé de l'opposé de l'opposé de* -3*?*

Exercice 7 :

Classe les températures suivantes de la plus basse à la plus élevée : $-8°$; $14°$; $-2°$; $-13°$ *et* $-22°$.

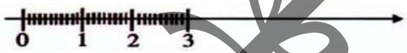
Exercice 8 :

Dans chacun des cas suivants, donne l'abscisse des points A, B, C et D.



Exercice 9 :

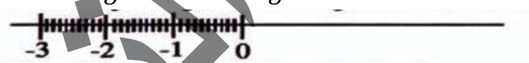
Reproduis la graduation régulière ci-dessous sur une droite.



Place les points d'abscisses -5 ; -1 *et* -2.

Exercice 10 :

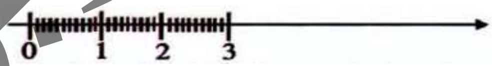
Reproduis la graduation régulière sur une droite.



Place les points d'abscisses 1 ; 2 *et* 4.

Exercice 11 :

Reproduis la graduation régulière ci-dessous sur une droite.



a. *Place les points d'abscisses 7 ; 1 et 2.*

b. *Place ensuite les opposés des points d'abscisses 7 ; 1 et 2.*

Exercice 12 :

Trace une droite graduée d'origine O en prenant le centimètre pour unité de longueur.

Place, sur cette droite, les points A, B, C et D dont les abscisses sont écrites entre parenthèses :

$A(2)$; $B(-3)$; $C(-5)$ *et* $D(-1)$.

Que représente le point B pour le segment $[CD]$.

Exercice 13 :

a. *Trace une droite graduée (unité : 1cm) puis place le point d'abscisse 3 ;*

b. *Place les deux points de la droite qui sont à 5cm de A. quelles sont leurs abscisses ?*

Exercice 14 :

a. *Trace une droite graduée et place les points:* $A(4)$; $B(-2)$; $C(7)$; $E(-4)$; $F(2)$ *et* $G(-7)$.

b. *Que représente le point O pour les segments,* $[AE]$, $[BF]$ *et* $[GC]$.

Exercice 15 :

Dans chacun des cas suivants trace une droite graduée en choisissant l'unité de longueur pour pourvoir placer les points A, B, C et D dont les abscisses sont indiquées entre parenthèses :

a. $A(+35)$; $B(-20)$; $C(+15)$ *et* $D(-55)$;

b. $A(+25)$; $B(-38)$; $C(+14)$ *et* $D(-7)$;

c. $A(-12)$; $B\ (9)$; $C(5)$ *et* $D(-8)$.

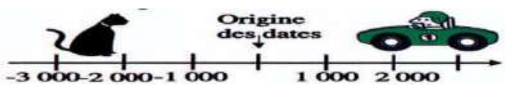
Exercice 16 :

Sur un axe du temps, les événements qui se sont passés avant l'origine des dates sont repérés par des nombres négatifs

Trace un axe du temps en prenant 1cm pour 1 000ans et place les points qui représentent les dates de domestication des animaux suivants :

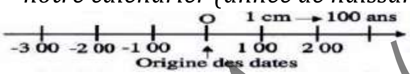
Chien : -8400(Amérique du Nord) ; Bœuf : -6500(Grèce, Turquie)

Cheval : -3000(Ukraine) ; Chat : -1600(Egypte)



Exercice 17 :

a. *Reproduis la droite graduée ci-dessous : L'origine des dates est le début de l'an 1 de notre calendrier (année de naissance J.C)*



b. *Trace en rouge le segment qui représente le 1er siècle qui commence à l'origine des dates*

c. *Trace en bleue le segment qui représente le 1er siècle av. JC, c'est-à-dire le siècle qui se termine à l'origine des dates.*

d. *Le philosophe grec Aristote est né en -384, il est mort à l'âge de 62 ans.*

Place la naissance d'Aristote sur la droite graduée.

e. *En quelle année est mort Aristote ? En quel siècle a-t-il vécu ?*

Exercice 18 :

Sur la droite graduée :

a. *Place les points A et B d'abscisses respectives -2 et 3. Complète :* **…< …**

b. *Reprends la question a. avec les points C et D d'abscisses respectives* -4 *et* -5.

Exercice 19 :

Voici les températures de quelques endroits où conserver des aliments chez soi :

Sous-sol : $+15°C$

Placard non réfrigéré : $+12°C$

Réfrigérateur : $+3°C$

Compartiment à glace du réfrigérateur : $-5°C$

Congélateur : $-22°C$

Range ces température de la plus base à la plus élevée.

Exercice 20 :

Ahmed, Sidi, Thiam, Aicha, Coumba et M'bareck avaient rendez-vous à 19h15mn. Aucun n'est arrivé à l'heure exacte. Voici leurs heures d'arrivée :

Ahmed : 19h22mn, Sidi : 19h27mn,

Thiam : 19h13mn, Aicha : 19h08mn,

Coumba : 19h32mn et M'bareck : 18h58mn.

a. *Traduis l'avance ou le retard de chacun par un entier relatif*

b. *Range ces entiers du plus petit au plus grand et indique l'ordre d'arrivée des six personnes.*

Exercice 21 :

Complète les inégalités suivantes avec le symbole convenable $<$*(inférieur à) ou* $>$*(supérieur à) :*

a. $6 \ldots 8$; $-7 \ldots 5$; $0 \ldots -3$.

b. $-12 \ldots -18$; $4 \ldots -14$; $-2 \ldots 2$

c. $-24 \ldots -23$; $36 \ldots -36$; $-61 \ldots 6$

Exercice 22 :

Calcule les sommes suivantes :

$(-2)+(-7)$; $(-3)+(-9)$;

$(-8)+(-7)$; $(-16)+(+24)$;

$(+18)+(-25)$; $(+24)+(-13)$.

Exercice 23 :

Dans chacun des cas suivants, écris l'inégalité convenable avec les deux nombres et les symboles donnés ($<$ *ou* $>$) *:*

a. $-12 \ldots -4$ c. $-18 \ldots -34$;

b. $-3 \ldots 75$; d. $-502 \ldots -205$.

Exercice 24 :

Quel est le signe des différences suivantes :

$(-17)-(-25)$; $(+15)-(-25)$; $(-6)-(+13)$?

Exercice 25 :

Calcule les sommes suivantes :

$(+2)+(+6)$; $(+8)+(+5)$; $(+2)+(+9)$;
$(+92)+(+14)$; $(+58)+(-25)$;
$(+124)+(-83)$; $(+211)+(-97)$;
$(-94)+(+83)$; $(-134)+(+187)$;
$(+104)+(-114)$.

Exercice 26 :

Calcule les sommes suivantes :

$(+2)+\ (-2)$; $(+8)+\ (-8)$;
$(-2)+\ (+2)$; $(+9)+\ 0$; $(+58)+\ 0$;
$(+124)+(-124)$; $(+211)+\ 0$;
$(-94)+(+94)$; $(-134)+(+134)$;
$0+(-114)$; $(-281)\ +\ 0$; $0\ +(+714)$.

Exercice 27 :

Le 22 janvier 1943, la température dans une ville américaine est passée de -20°C à 7°C le matin de 7h 30mn à 7h 32mn. Quelle opération sur les nombres -20 et 7 permet de calculer l'augmentation de la température ?

Exercice 28 :

Reproduis et complète le tableau d'addition suivant :

				+5						
				+4						
				+ 3						
				+2						
				+1						
−5	−4	−3	−2	−1	0	+1	+2	+3	+4	+5
				−1						
				−2						
				−3						
				−4						
				−5						

Exercice 29 :

On additionne deux à deux les entiers relatifs suivants -15 ; 32 et -27 de toutes les façons possibles.

Les résultats sont dans le tableau ci-dessous :

−42	17
−15	5

Cherche l'intrus.

Exercice 30 :

Complète la pyramide ci-contre en appliquant la consigne suivante :

La somme de deux termes consécutifs d'une ligne est écrite dans le rectangle au dessus.

-5					
-12	+7	-22	+18	-11	+23

Exercice 31 :

1. *Effectue les calculs suivants :*

$(-1)\ +(+2)$
$(-1)\ +(+2)+(-3)$
$(-1)\ +(+2)+(-3)+(+4)$
$(-1)\ +(+2)+(-3)+(+4)+(-5)$
$(-1)\ +(+2)+(-3)+(+4)+(-5)+(+6)$
$(-1)\ +(+2)+(-3)+(+4)+(-5)+(+6)+(-7)$

2. *Peux-tu conclure pour :*

$A=(-1)+(+2)+(-3)+(+4)+(-5)+(+6)+(-7)+\cdots.+(-21)+(+22).$

$B=\ (-1)+(+2)+(-3)+(+4)+(-5)+\cdots+(-21)+(+22)+\cdots+(-99).$

Exercice 32 :

Calcule les sommes algébriques suivantes en transformant d'abord les soustractions en additions :

$(+12)+(-17)-(-5)+(-2)-(+12)$;
$(+1)+(+2)-(-3)+(+4)-(-5)+(+6)$;
$(+7)-(+8)+\ (-7)-(-11)+(-12)-(-2)$.

Exercice 33 :

Calcule les sommes suivantes après avoir regroupé les termes positifs d'une part et négatifs d'autre part :

a. $13+(-6)+25+(+4)+(-31)$;
b. $(-1)+(-2)+12+(-3)$;
c. $1+(-2)+3+(-4)+5+(-6)$;
d. $35+(-25)+(-32)+58$;
e. $42+126+(-64)+(-75)+(-32)$.

Exercice 34 :

Calcule en transformant chaque soustraction en une addition :

$(-15)-(-11)$; $(+3)-(-14)$;
$(-7)-(+11)$; $(+15)-(+13)$.

Exercice 35 :

Simplifie l'écriture des différences suivantes en supprimant les signes et parenthèses des nombres positifs, puis calcule- les :

a. $(+8)-(+3)$; $(+2)-(+5)$; $(+7)-(+13)$;

b. $(+35)-(+17)$; $(+2)-(+45)$; $(+14)-(+75)$;

c. $(+8)-(-7)$; $(+5)-(-3)$; $(+14)-(-75)$.

Exercice 36 :

a. *Alexandre le grand est mort en 323 avant JC à l'âge de 32ans. En quelle année est-il né ?*

b. *Combien d'années se sont écoulées entre la première observation d'une éclipse du soleil* (-4200) *et la première observation d'une éclipse de la lune* (-3450).

Exercice 37 :

Dans une autre ville américaine, la température est passée en une journée de 7°C à 49°C le 23/01/1916. Quelle opération sur les nombres -49 et 7 permet de calculer la chute de la température ?

Exercice 38 :

Un professeur vient d'écrire un mot codé de 6 lettres au tableau :

Pour découvrir la signification de ce mot il donne les renseignements suivants :

a. *Les lettres utilisées correspondent aux sommes suivantes :*

$\alpha=(-1)-(+1)$; $\beta=(-1)-(-1)$; $\theta=(-2)-(-1)$;

$\varepsilon=(-1)-(-2)$; $\delta=(+1)-(-1)$; $\gamma=(-1)-(+2)$.

b. *Les lettres utilisées dans l'alphabet sont codées selon le principe suivant :*

B	E	M	N	O	R
$(+2)$	(-3)	$(+1)$	(-2)	0	(-1)

Trouve le mot caché.

Exercice 39 :

Dans chacun des cas suivants trouve trois entiers relatifs consécutifs dont la somme est :

a. 18 ; *b.* 108 ; *c.* -21 ; *d.* -45.

Exercice 40 :

Un avion volant à une altitude de 2400m lâche deux parachutistes, le premier atterrit sur le toit d'un moulin à 20m du niveau de la mer et le second atterrit sur dans un champ de culture à 20 au-dessous du niveau de la mer.

Quelle est la hauteur de chute de chacun ?

Exercice 41 :

Dans les expressions suivantes remplace les soustractions par des additions de façon que le résultat ne soit pas changé :

a. $8-(-5)$; $(-3)-8$; $7-11$;

b. $11-(-2)+3$; $24+(-4)-(+5)$.

Choisis les opérations (additions et soustractions) pour obtenir le résultat le plus grand possible :

a. (-8) … 2 … (-4) … (8 … 16) ;

b. (-11) … 8 … $((-5)$ … 1 … $(-4))$.

Exercice 42 : Enseignement à distance

Pour préparer ses examens ; un élève s'exerce sur une plateforme de Q. C. M. il gagne un point pour chaque bonne réponse et il perd un pour chaque mauvaise réponse. Le lundi, il a trouvé 10 bonnes réponses et 5 mauvaises. Le mardi, il a enregistré 6 bonnes réponses et 9 mauvaises. Le mercredi il a enregistré 11 bonnes réponses et 4 mauvaises. Le jeudi il a enregistré une permutation des résultats du mercredi. (4 bonnes et 11 mauvaises) Chaque jour, il remplit un tableau récapitulant ses gains et ses pertes :

1. *Complète le tableau.*

	Gain	Perte	Bilan
Lundi	10		
Mardi			
Mercredi			
Jeudi			
Vendredi		-6	3
Samedi	2		-4

2. *Détermine le nombre de réponses correctes enregistrées le samedi et celui de réponses fausses enregistrées le vendredi.*
3. *Détermine avec deux méthodes différentes le gain total de l'élève durant cette semaine.*

Chapitre 2 Nombres décimaux 1

Activité 1: ***Notion de nombre décimal relatif***

A la fin de chaque journée de la semaine, l'ordinateur du service de comptabilité d'une société de la place fait le bilan des recettes (ce qui a été encaissé) et des dépenses (ce qui a été payé) en les exprimant en milliers d'ouguiyas :

- *Un gain, par exemple, de 73 800 ouguiyas est donc codé* 73,8.
  Voici le tableau obtenu pour la semaine.

	Recettes en milliers d'ouguiyas	Dépenses en milliers d'ouguiyas	Bilan en milliers d'ouguiyas
Samedi	73,8	42	$+31,8$
Dimanche	97,2	99,9	$-1,7$
Lundi	39	39	
Mardi	8,89	7,42	
Mercredi	120	75,2	
Jeudi	85,85	87,85	
Vendredi	72,85	72,86	

A une recette de 73,8 et une dépense de 42 samedi correspond un bilan positif de 31,8 codé +31,8. Par contre le bilan de dimanche correspond à une perte de 1,7 codée -1,7.

Complète la dernière colonne du tableau en prenant en compte ce codage.

Remarque 1 :

Les nombres susceptibles d'apparaitre dans la colonne bilan sont des nombres décimaux relatifs.

Activité 2: ***Graduation d'une droite avec les décimaux relatifs***

On donne une droite Δ *sur laquelle on choisit deux points distincts comme suit :*

- *Un point O auquel on associe le nombre* 0 ;
- *Un point I auquel on associe le nombre* $+1$.

On gradue ensuite cette droite régulièrement, on subdivise cette graduation en dix graduations plus fines.

1. *Place les points A, B, C, D, E, F et G associés respectivement aux décimaux relatifs suivants :*
   $+3,8$; $-2,1$; -6 ; $+7,4$; $-5,2$; $+1,7$ *et* $+4,9$.
2. *Indique la position de chaque point par rapport au point O*
3. *Place les points A', B', C', D' associés respectivement aux décimaux relatifs suivants :*
   $-3,8$; $+2,1$; $+6$; $-7,4$ *; puis compare les distances au point O des deux points dans les cas suivants : a) A et A' ; b) B et B' ; c) C et C' ; d) D et D'. Conclus.*

Activité 3:

Soit une droite Δ *sur laquelle on choisit deux points distincts comme suit :*

- *Un point O auquel on associe le nombre* 0.
- *Un point I auquel on associe le nombre* $+1$.

1. *Place les points A, B, C, D, E, F et G associés respectivement aux décimaux relatifs suivants :*
   $+7,8$; $-3,1$; -4 ; $+9,4$; $-8,2$; $+7,7$ *et* $+4,9$.
2. *Indique la position du premier point cité par rapport au second point dans les cas suivants :*
   a) A et B ; *b) B et C ;* *c) C et E ;* *d) D et G ;* *e) E et F.*

Activité 4: **Ordre croissant de nombres décimaux relatifs**

On donne une droite Δ sur laquelle on choisit deux points distincts comme suit :

- *Un point O auquel on associe le nombre* 0.
- *Un point I auquel on associe le nombre* $+1$.

1. *Place les points A, B, C, D, E, F et G associés respectivement aux décimaux relatifs suivants :* $+4{,}8$; $-9{,}1$; -3 ; $+7{,}4$; $-8{,}2$; $+6{,}7$ *et* $+4{,}9$.
2. *Ordonne les nombres précédents du plus petit au plus grand.*
3. *Comment appelle-on cet ordre ?*

Activité 5: **Ordre décroissant de nombres décimaux relatifs**

Soit une droite Δ sur laquelle on choisit deux points distincts comme suit :

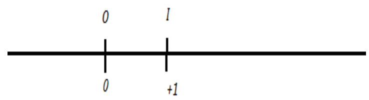
- *Un point O auquel on associe le nombre* 0 ;
- *Un point I auquel on associe le nombre* $+1$.

1. *Place les points A, B, C, D, E, F et G associés respectivement aux décimaux relatifs suivants :* $+6{,}3$; $-7{,}1$; -8 ; $+9{,}6$; $-8{,}2$; $+6{,}9$ *et* $+4{,}7$.
2. *Ordonne les nombres précédents du plus grand au plus petit.*
3. *Comment appelle-t-on cet ordre ?*

Activité 6: **Somme de deux décimaux relatifs**

Sur une droite graduée Δ, on choisit deux points distincts comme suit :

- *Un point O auquel on associe le nombre* 0 ;
- *Un point I auquel on associe le nombre* $+1$.



Ahmed va du point O à un point A puis du point A à un point B.
Le sens du déplacement est indiqué comme suit :

- *Le signe $-$ pour tout déplacement à gauche ;*
- *Le signe $+$ pour tout déplacement à droite.*

1. *Il fait respectivement les sauts dont les sens et les longueurs sont donnés par les décimaux suivants :*
   a) $+1{,}8$ *puis* $+4$. *b)* $-2{,}7$ *puis* -5. *c)* $-3{,}5$ *puis* $+6$. *d)* $-4{,}1$ *puis* $+2{,}9$.
2. *Qu'obtient-on si le déplacement permet à Ahmed d'aller directement du point O au point B ?*
   Fais un schéma explicatif dans chacun des cas.

Activité 7:

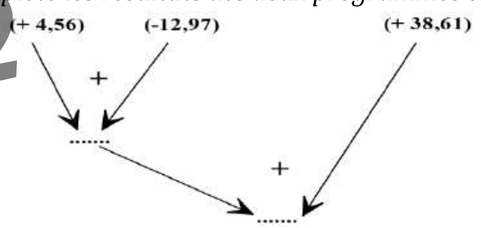
Complète le tableau suivant :

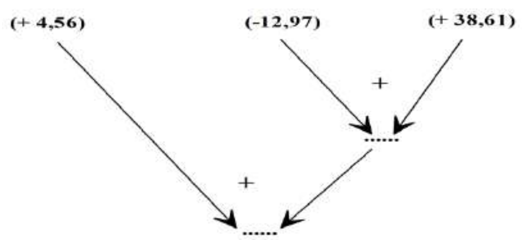
x	y	$x+y$	$y+x$
$(+7{,}48)$	$(+6{,}95)$		
$(+48,\ 31)$	$(-32{,}74)$		
$(-92{,}014)$	$(+87{,}65)$		
$(-433{,}214)$	$(-502{,}697)$		

Que peux-tu conclure ?

Activité 8: **Associativité**

Complète les résultats des deux programmes ci-après :





Traduis chacun des deux programmes par une somme algébrique incluant des parenthèses. Conclus?

Activité 9: Elément neutre

Complète ce qui suit :

$(+6198) + \ldots = (+6198)$; $(-3468) + \ldots = (-3468)$;

$(+17,648) + \cdots = (+17,648)$; $(-98,357) + \cdots = (-98,357)$.

Que peux-tu conclure ?

Activité 10: Opposé d'un décimal

Complète ce qui suit :

$(+6198) + (-6198) =$ ……… ; *on écrit alors :* $Opp(+6198) =$ ……

$(-3498) + (+3498) =$ ……… ; *on écrit alors :* $Opp(-3498) =$ ……

$(+17,648) + (-17,648) =$ ……… ; *on écrit alors :* $Opp(+17,648) =$ ……

$(-509,193) + (+509,193) =$ …… ; *on écrit alors :* $Opp(-509,193) =$ ……

Que peux-tu conclure ?

Activité 11: Différence de deux décimaux relatifs

1. *Calcule ce qui suit :*
   $(+17,38) + opp(+9,14) =$; $(+7,318) + opp(+28,14) =$; $(+67,68) + opp(-45,13) =$;
   $(-35,78) + opp(+49,06) =$; $(-23,57) + opp(-8,016) =$; $(-73,54) + opp(-108,96) =$.
2. *En s'inspirant de la méthode adoptée pour définir la soustraction sur* $\mathbb{Z}$, *définis la soustraction sur* $\mathbb{D}$, *puis calcule :* $(+17,38) - (+9,14) =$; $(+7,318) - (+28,14) =$; $(-35,78) - (+49,06) =$; $(-23,57) - (-8,016) =$.

Activité 12: Somme et différence de plusieurs décimaux relatifs

Calcule les sommes algébriques suivantes :

$(+17,38) - (+9,14) + (+7,318) - (+28,14) =$;

$(-35,78) - (+49,06) + (-23,57) + (-8,016) =$.

Activité 13: Simplification d'écritures

1. *Transforme les soustractions en additions dans les sommes algébriques suivantes :*
   $(+17,38) - (+9,14) + (+7,318) - (+28,14) =$;
   $(-35,78) - (+49,06) + (-23,57) + (-8,016) =$.
2. *Supprime les parenthèses entourant les nombres et les signes d'addition dans chacune des sommes. Peux-tu simplifier davantage les écritures de ces sommes ?*

Activité 14: (Etendre les propriétés de la multiplication des décimaux aux décimaux relatifs)

1. *Sachant que :* $8,3 \times 5,2 = 43,16$; *complète l'écriture en considérant que les nombres qui apparaissent dans cette égalité sont des décimaux relatifs positifs.*
2. *Calcule les produits suivants en s'inspirant de la question précédente :*
   $(+7,48) \times (+6,95)$; $(+3,75) \times (+6,04)$. *Conclus.*
3. *On voudrait trouver le produit :* $(+3,5) \times (-6,5)$. *On admettra que la multiplication conserve les mêmes propriétés, en particulier elle est distributive par rapport à l'addition.*
   Calcule $(+3,5) \times [(+6,5)+(-6,5)]$, *puis en déduis* $(+3,5) \times (-6,5)$.
   Par une méthode analogue trouve les produits $(+2,5) \times (-8,4)$ *et* $(-2,25) \times (+4,68)$. *Conclus.*
4. *Par un procédé similaire à celui de la question précédente, calcule les produits suivants :*
   $(-3,5) \times (-6,5)$, $(-2,5) \times (-8,4)$ *et* $(-2,25) \times (-4,68)$.

Conclus.

Activité 15: division de décimaux relatifs

Complète les égalités suivantes :

$4 \times \dots = 12$, *donc* $12 \div 4 = 3$; $(-5) \times \dots = 100$, *donc* $100 \div (-5) = (-20)$.

$8 \times \dots = (-16)$, *donc* $(-16) \div 8 = (-2)$; $\dots \times (-3) = (-27)$, *donc* $(-27) \div (-3) = 9$.

Activité 16: Priorités de calcul sur décimaux relatifs

1. *Calcule les expressions suivantes en indiquant les étapes intermédiaires suivant les priorités opératoires utilisées :*
   $A = (-4) - 5 \times \big((-2) - 6\big)$ *et* $B = 7 \times (-7) + (-25) \div (-5)$.
2. *Le compte est bon ! :*

Données du tirage	-50 ; 6 ; -9 ; 4 ; -7 ; 10
Total à obtenir	-709

Le jeu consiste à obtenir le total demandé en effectuant des calculs sur les nombres inscrits sur les jetons tirés ; tu ne peux pas utiliser plusieurs fois le même nombre, mais tu n'es pas obligé d'utiliser tous les nombres donnés.

Pour ce tirage, en respectant les règles de priorité des opérations et en utilisant des parenthèses si nécessaire, écris en ligne une expression qui permet d'obtenir le total demandé en s'inspirant des exemples ci-dessous.

$(6 + 4) \times 10 \times (-7) + (-9) = -709$; $(-50) \times (10 + 4) + (-9) = -709$.

Chapitre 2 Nombres décimaux 1

II. Je retiens :

1. Notion de nombre décimal relatif et graduation d'une droite :

Définition et notation :

Un décimal relatif est un nombre décimal précédé du signe + ou – ;

- *L'ensemble des décimaux relatifs est noté $\mathbb{D}$;*
- *Les décimaux relatifs négatifs sont ceux précédés du signe – ;*
- *Les décimaux relatifs positifs sont ceux précédés du signe +.*

Remarque 2 :

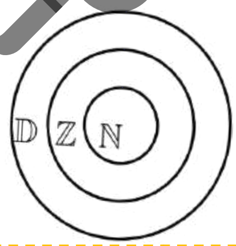
- *Tout entier relatif est un décimal relatif.*
- *Un nombre décimal relatif peut s'écrire de diverses façons :*
  - *Un nombre décimal relatif positif : Exemple $+31{,}8$ peut s'écrire $(+31{,}8)$ ou simplement $31{,}8$.*
  - *Un nombre décimal relatif négatif, par exemple, $-1{,}7$ peut s'écrire $(-1{,}7)$.*
- *Le nombre zéro est le seul décimal relatif à la fois positif et négatif : $+0 = -0 = 0$.*

Remarque 3 :

Au vu de ce qui précède, on conclut :

- *L'ensemble $\mathbb{N}$ des entiers naturels est un sous-ensemble des entiers relatifs $\mathbb{Z}$ et on écrit : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.*
- *L'ensemble $\mathbb{Z}$ des entiers relatifs est sous-ensemble des décimaux relatifs $\mathbb{D}$ et on écrit : $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$*

Et finalement on écrit : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$.



Régle 1 :

Deux nombres décimaux relatifs opposés ont :

- *Des signes contraires ;*
- *Leurs points associés sur une droite graduée sont à égale distance du point d'abscisse 0.*

2. Ordre dans ID :

2.a Comparaison de nombres décimaux relatifs :

Régle 2 :

Sur une droite graduée, tout décimal relatif représenté à droite d'un décimal relatif est plus grand que celui-ci, ainsi :

- *Un décimal relatif strictement positif est supérieur à n'importe quel décimal négatif.*
- *Si deux décimaux sont positifs, le plus petit est celui qui a la plus petite distance à zéro.*
- *Si deux décimaux sont négatifs le plus petit est celui qui a la plus grande distance à zéro.*

2.b Rangement de nombres décimaux relatifs :

Régle 3 :

Donner l'ordre croissant de nombres décimaux relatifs c'est ordonner ces nombres du plus petit au plus grand.

Régle 4 :

Donner l'ordre décroissant de nombres décimaux relatifs c'est ordonner ces nombres du plus grand au plus petit.

3. Opérations sur les décimaux relatifs :

3. a. Addition des décimaux relatifs :

Régle 5 :

Pour calculer la somme de deux nombres décimaux relatifs de même signe :

- *On additionne leurs distances à zéro (l'origine) ;*
- *On met devant le résultat le signe commun.*

Régle 6 :

Pour calculer la somme de deux décimaux relatifs de signes contraires :

- *On soustrait leurs distances à zéro (l'origine) ;*
- *On met devant le résultat le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro.*

Propriétés de l'addition des décimaux relatifs :

Propriétés 1: Commutativité

Le résultat ne change pas si on échange l'ordre des termes d'une addition de décimaux relatifs :
Quels que soient les décimaux relatifs x et y, on a : $x + y = y + x$.
On dit que l'addition des décimaux relatifs est commutative.

Propriétés 2: Associativité

Le résultat ne change pas si l'on déplace les parenthèses d'un rang :
Quels que soient les décimaux relatifs x, y et z, on a : $(x + y) + z = x + (y + z)$.
On dit que l'addition des décimaux relatifs est associative.

Propriétés 3: Elément neutre

Ajouter 0 à un décimal ne change rien : Quel que soit le décimal relatif a,
on a : $a + 0 = 0 + a = a$.
On dit que 0 est l'élément neutre pour l'addition des décimaux relatifs.

Propriétés 4:

La somme d'un décimal relatif et son opposé est égale à zéro :
Quel que soit le décimal relatif, on a : $x + Opp(x) = Opp(x) + x = 0$.

Régle 7 : Pour soustraire un décimal relatif on ajoute son opposé.

Régle 8 :

Pour calculer une somme algébrique contenant des différences entre plusieurs décimaux relatifs, on peut transformer les soustractions en additions puis on regroupe les termes de mêmes signes et en fin on calcule le résultat final.

Remarque 4 :

Pour simplifier l'écriture d'une somme algébrique :
- On supprime les parenthèses entourant les nombres et les signes d'addition ;
- Le signe + en début de la somme algébrique.

3. b. produit de décimaux relatifs :

Régle 9 : Produit de décimaux

Le produit de deux décimaux relatifs est un décimal relatif ayant :
- pour signe :
  - le signe + lorsque les deux nombres sont de même signe
  - le signe – lorsque les deux nombres sont de signes contraires.
- pour distance à zéro : le produit des distances à zéro des deux décimaux relatifs.

Régles de calcul d'un produit de décimaux relatifs :

Régle 10 :

Un produit ne change pas quand on modifie l'ordre de ses facteurs ou si on fait des groupements de facteurs en cours de calcul.

a. Complète 5,8 X 0 =...; 0 X (-1,3) =

Régle 11 :

Pour tout décimal relatif b, on a : $b \times 0 = 0$ et $0 \times b = 0$. Le produit d'un décimal relatif par 0 est égal à 0.

b. Complète: (-1) X (-5) =...; 7 X (-1) =...; (-1) X (-26,5) =...; (-1)X(+78,9)=...

Régle 12 :

Multiplier un décimal relatif par – 1 c'est prendre l'opposé de ce nombre ou le produit d'un nombre par – 1 est égal à l'opposé de ce décimal.

c. Complète: 1 X (-5) =...; 1X (+43) =...; 1X (-26,5) =...; 1X(+38,9)=...

Régle 13 :

Le produit d'un décimal relatif par 1 est égal à ce décimal.

d. Quel est le signe de chacun des produits suivants :

$6 \times (-2) \times (-7) \times (-10) \times (-0{,}5)$ *et* $(-8{,}5) \times 2 \times (-3) \times (-4) \times 8$.

Régle 14 :

Un produit de décimaux relatifs est :

- *positif lorsque le nombre de facteurs négatifs est* ***pair***.
- *négatif lorsque le nombre de facteurs négatifs est* ***impair***.

Régle 15 :

Le quotient de deux décimaux relatifs (peut être un décimal relatif si la division s'arrête) ayant :

- *Pour signe :*
  - *Le signe + lorsque les deux décimaux relatifs sont de même signe ;*
  - *Le signe – lorsque les deux décimaux relatifs sont de signes contraires.*
- *Pour distance à zéro : le quotient des distances à zéro des deux décimaux relatifs.*

Régle 16 :

Quand une expression comporte plusieurs opérations, on fait en priorité :

1. *Les calculs entre parenthèses ;*
2. *Les multiplications et les divisions ;*
3. *Les additions et les soustractions.*

III. Je sais - faire :

Enoncés des exercices d'application :

Exercice d'application 1

On donne les nombres suivants :

$+3,8$; $-21,07$; -2 ; $+37,42$; $\frac{1}{3}$; $+521,07$; $+819$; -340 ; $\frac{5}{7}$.

Sont-ils des décimaux relatifs ? Si oui peut-on les écrire plus simplement ?

Exercice d'application 2

Représente sur une droite graduée les nombres décimaux suivants :

$+5,4$; $+6,8$; $-4,7$; $-1,8$; $+0,9$; $-3,8$, *puis complète ce qui suit en utilisant les symboles* $\leq$ *et* $\geq$:

$+17,8 \ldots +9,4$; $-27,8 \ldots +19,4$; $+1,08 \ \ldots . +0,94$; $-17,8 \ \ldots \ -9,4$; $-6,18 \ \ldots +3,45$; $-2,4 \ldots +2,4$.

Exercice d'application 3

Donne l'ordre croissant puis décroissant des nombres décimaux relatifs suivants :

$+17,8$; $+9,4$; $-27,8$; $+19,4$; $+1,08$; $+0,94$; $-17,8$; $-9,4$; $-6,18$; $+3,45$; $-2,4$; $+2,4$.

Exercice d'application 4

Calcule les sommes suivantes :

$(+17,38)+(+9,14)=$; $(+51,78)+(+29,405)=$; $(+26,18)+(-59,104)=$;

$(+93,48)+(-69,4)=$; $(+107,38)+(-98,14)=$; $(-47,38)+(+52,14)=$;

$(-69,138)+(-849,57)=$; $(-149,138)+(-37,57)=$.

Exercice d'application 5

Justifie les transformations ci-dessous :

$A=[(+3,5)+(-6,25)]+(-5,75)$;

$A=(+3,5)+[(-6,25)+(-5,75)]$;

$A=(+3,5)+[(-5,75)+(-6,25)]$;

$A=(+3,5)+(-12)$;

$A=(-12)+(+3,5)$;

$A=(-8,5)$.

Exercice d'application 6

a. *Calcule les différences suivantes :*

$(+27,38)-(+19,14)=$; $(+35,78)-(+69,405)=$; $(+78,93)-(-49,19)=$;

$(+97,38)-(-98,14)=$; $(+36,18)-(-29,104)=$; $(-57,81)-(+62,94)=$;

$(-119,138)-(-519,587)=$; $(-269,188)-(-46,79)=$.

b. *Complète :* $3\times(-4)=\cdots$; $(-4)\times 3=\cdots$; $(2\times(-3))\times 5=\cdots$; $2\times((-3)\times 5)=\cdots$

Donc : $3\times(-4)=(-4)\times 3$ *et* $(2\times(-3))\times 5=2\times((-3)\times 5)$.

Exercice d'application 7

Complète :

Pour mémoriser facilement la règle des signes, considère le signe "+" comme un … et le signe "−" comme un … :

- ***L'ami de mon ami est mon ami (un nombre positif multiplié par un nombre positif donne un nombre positif).***
- ***L'ami de mon ennemi est mon ennemi (…).***
- ***L'ennemi de mon ami est mon ennemi (…).***
- ***L'ennemi de mon ennemi est mon ami (…).***

Exercice d'application 8

1. *Trouve les signes des nombres suivants :*

$(-33)\times(-8)$; $21\times(-6)$; $\frac{(+4)\times(+3{,}7)}{(+9)\times(-8{,}7)}$; $\frac{(-4)\times(-3{,}7)}{(+9)\times(-8{,}7)}$; $\frac{(-34)\times(-5{,}7)\times(+6{,}1)}{(+9)\times(-8{,}7)}$; $\frac{(-34)\times(+5{,}7)\times(-6{,}1)}{(+9)\times(-8{,}7)\times(+2{,}075)}$.

2. *Calcule mentalement :*

$128 \div (-8)$; $(-210)\div 7$; $342 \div (-6)$; $(-144)\div(-9)$; $(-108)\div 5$; $(-97)\div 40$.

Exercice d'application 9: (Enigme)

a. *Choisis un nombre, ajoute à ce nombre le produit de* (-19) *par la somme de* -107 *et de* 25.
Combien obtient-on ?

b. *On choisit le nombre* 460.
Ecris en ligne une expression qui permet de résoudre cette énigme.
Effectue le calcul en donnant les étapes intermédiaires.

Solutions des exercices d'application

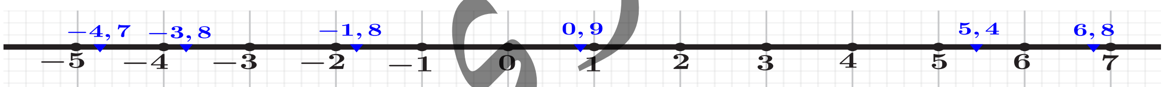
Exercice d'application 1

On donne les nombres suivants : $+3{,}8$; $-21{,}07$; -2 ; $+37{,}42$; $\frac{1}{3}$; $+521{,}07$; $+819$; -340 ; $\frac{5}{7}$.

Les nombres : $+3{,}8$; $-21{,}07$; -2 ; $+37{,}42$; $+521{,}07$; $+819$; -340 *sont des décimaux relatifs ; on peut écrire plus simplement ceux qui sont positifs en supprimant le signe + et on écrit :*
3,8 ; 37,42 ; 521,07 ; 819.

Exercice d'application 2

eprésente sur une droite graduée les nombres décimaux suivants :
$+5{,}4$; $+6{,}8$; $-4{,}7$; $-1{,}8$; $+0{,}9$; $-3{,}8$.



Je complète ce qui suit en utilisant les symboles $\leq$ *et* $\geq$:

$+17{,}8 \geq +9{,}4$; $-27{,}8 \leq +19{,}4$; $+1{,}08 \geq +0{,}94$; $-17{,}8 \leq -9{,}4$; $-6{,}18 \leq +3{,}45$; $-2{,}4 \leq +2{,}4$.

Exercice d'application 3

Donne les nombres décimaux relatifs suivants :
$+17{,}8$; $+9{,}4$; $-27{,}8$; $+19{,}4$; $+1{,}08$; $+0{,}94$; $-9{,}4$; $-6{,}18$; $+3{,}45$; $-2{,}4$; $+2{,}4$.

- *Par ordre croissant :*

$-27{,}8 \leq -17{,}8 \leq -9{,}4 \leq -6{,}18 \leq -2{,}4 \leq +0{,}94 \leq +1{,}08 \leq +2{,}4 \leq +3{,}45 \leq +9{,}4 \leq +17{,}8 \leq +19{,}4$.

- *Par ordre décroissant :*

$+19{,}4 \geq +17{,}8 \geq +9{,}4 \geq +3{,}45 \geq +2{,}4 \geq +1{,}08 \geq +0{,}94 \geq -2{,}4 \geq -6{,}18 \geq -9{,}4 \geq -17{,}8 \geq -27{,}8$.

Exercice d'application 4

Je calcule les sommes suivantes :

$(+17{,}38)+(+9{,}14) = +26{,}52$; $(+51{,}78)+(+29{,}405) = +80{,}83$;
$(+93{,}48)+(-69{,}4) = +23{,}92$; $(+107,\ 38)+(-98{,}14) = +9{,}24$;
$(+26,\ 18)+(-59{,}104) = -32{,}924$; $(-47{,}38)+(+52{,}14) = 4{,}76$;
$(-69{,}138)+(-849{,}57) = 919{,}708$; $(-149{,}138)+(-37{,}57) = -186{,}708$.

Exercice d'application 5

Je justifie les transformations ci-dessous :

$A = [(+3{,}5)+(-6{,}25)]+(-5{,}75)$;
$A = (+3{,}5)+[(-6{,}25)+(-5{,}75)]$; (**Associativité de l'addition**)

$A = (+3{,}5) + [(-5{,}75) + (-6{,}25)]$; ($\textbf{Commutativité de l'addition}$)
$A = (+3{,}5) + (-12)$; ($\textbf{J'effectue l'addition entre crochets}$)
$A = (-12) + (+3{,}5)$; ($\textbf{Commutativité de l'addition}$)
$A = (-8{,}5)$. ($\textbf{J'effectue l'addition}$)

Exercice d'application 6

a. *Je calcule les différences suivantes :*

$(+27{,}38) - (+19{,}14) = (+27{,}38) + (-19{,}14) = +8{,}24$;
$(+35{,}78) - (+69{,}405) = (+35{,}78) + (-69{,}405) = (-33{,}625)$;
$(+78{,}93) - (-49{,}19) = (+78{,}93) + (+49{,}19) = +128{,}12$;
$(+97{,}38) - (-98{,}14) = (+97{,}38) + (+98{,}14) = +195{,}52$;
$(+36{,}18) - (-29{,}104) = (+36{,}18) + (+29{,}104) = +65{,}284$;
$(-57{,}81) - (+62{,}94) = (-57{,}81) + (-62{,}94) = -120{,}75$;
$(-119{,}138) - (-519{,}587) = (-119{,}138) + (+519{,}587) = +400{,}449$;
$(-269{,}188) - (-46{,}79) = (-269{,}188) + (+46{,}79) = -222{,}398$.

b. *Je complète :*

$3 \times (-4) = -12$; $(-4) \times 3 = -12$; $(2 \times (-3)) \times 5 = -30$; $2 \times ((-3) \times 5) = -30$.
Donc : $3 \times (-4) = (-4) \times 3$ *et* $(2 \times (-3)) \times 5 = 2 \times ((-3) \times 5)$.

Exercice d'application 7

Je complète :

Pour mémoriser facilement la règle des signes, considère le signe "+" comme un ami et le signe "−" comme un ennemi :

- ***L'ami de mon ami est mon ami*** ***(Un nombre positif multiplié par un nombre positif donne un nombre positif).***
- ***L'ami de mon ennemi est mon ennemi*** ***(Un nombre positif multiplié par un nombre négatif donne un nombre négatif).***
- ***L'ennemi de mon ami est mon ennemi*** ***(Un nombre négatif multiplié par un nombre positif donne un nombre négatif).***
- ***L'ennemi de mon ennemi est mon ami*** ***(Un nombre négatif multiplié par un nombre négatif donne un nombre positif).***

Exercice d'application 8

1. *Je trouve les signes des nombres suivants :*

$Signe\ ((-33) \times (-8)) : +$; $Signe\ (21 \times (-6)) : -$; $Signe\ \left(\frac{(-34)\times(+5{,}7)\times(-6{,}1)}{(+9)\times(-8{,}7)\times(+2{,}075)}\right) : -$;

$Signe\ \left(\frac{(+4)\times(+3{,}7)}{(+9)\times(-8{,}7)}\right) : -$; $Signe\ \left(\frac{(-4)\times(-3{,}7)}{(+9)\times(-8{,}7)}\right) : -$; $Signe\ \left(\frac{(-34)\times(-5{,}7)\times(+6{,}1)}{(+9)\times(-8{,}7)}\right) : -$.

2. *Calcule mentalement :*

$128 \div (-8) = -16$; $(-210) \div 7 = -30$; $342 \div (-6) = -57$;
$(-144) \div (-9) = 16$; $(-108) \div 5 = -21{,}6$; $(-97) \div 40 = -2{,}425$.

Exercice d'application 9: (Enigme)

a. *Je choisis le nombre 15, j'ajoute à ce nombre le produit de (– 19) par la somme de –107 et de 25.*
J'obtiens : $15 + (-19) \times (-107 + 25) = 15 + (-19) \times (-82) = 15 + 1558 = 1573$.

b. *On choisit le nombre 460.*
J'écris en ligne une expression qui permet de résoudre cette énigme et j'effectue le calcul en donnant les étapes intermédiaires.
$460 + (-19) \times (-107 + 25) = 460 + (-19) \times (-82) = 460 + 1558 = 2018$.

IV. Je m'exercice :

Exercice 1 : Variation de température

Dans chacun des cas suivants traduis par un nombre relatif la variation de température de 12h à 16h.

Température à 12h	Température à 16h	Variation en degré
24°	28°	
15°	10°	
12°	8°	
28°	34°	
5°	5°	

Exercice 2 :

Voici une liste de nombres décimaux relatifs :
$(-0{,}7)$; $(+8)$; $(3{,}14)$; $(+13)$; (-87) ; $(-4{,}75)$; (-3024) ; (-4) ; $(+57{,}85)$.
Avec cette liste, complète le tableau suivant :

Décimaux positifs	Décimaux négatifs

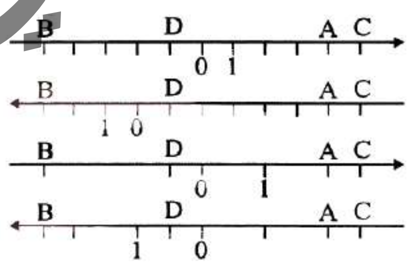
Exercice 3 : Opposés

Complète le tableau suivant :

a	$-8{,}3$	$-5{,}7$	$-0{,}01$	0	$3{,}4$	$12{,}3$	40
$Opp(a)$							

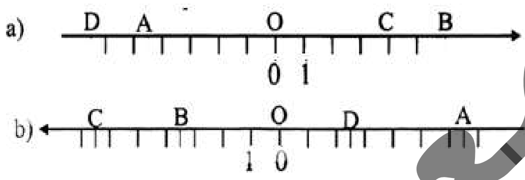
Exercice 4 : Lire l'abscisse d'un point

Dans chacun des cas suivants, donne les abscisses des points : A, B , C et D



Exercice 5 : Avec la règle graduée

L'unité de longueur est le centimètre.
Mesure les longueurs OA ; OB ; OC et OD, puis donne les abscisses des points A, B, C et D.



Exercice 6 : Placer des points

Trace une droite graduée en prenant le centimètre comme unité de mesure
Place les points A ; B ; C ; D ; E et F d'abscisses :

$A:-4{,}5$ $C:3{,}2$ $E:-3{,}2$

$B:0{,}7$ $D:-7{,}5$ $F:6{,}4$

Parmi ces points lesquels sont à plus de 3 cm et à moins de 6 cm du point d'abscisse 0.

Exercice 7 : Choix d'unité

Trace une droite graduée en choisissant correctement l'unité de longueur pour pouvoir placer les points A ; B ; C ; D d'abscisse : $A:42$; $B:-65$; $C:80$; $D:-25$

Exercice 8 : Sans flèche, sans origine !

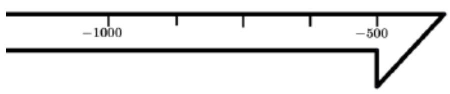
Dans chacun des cas, reproduis la droite graduée et place le point dont l'abscisse est donnée

a. *Le point A d'abscisse 2,3*
b. *Le point B d'abscisse* $(3{,}1)$

c. *Le point C d'abscisse* (-6)

Exercice 9 :

En prenant un demi-centimètre pour représenter 100 ans, achève la frise chronologique ci-dessous et place le début et la fin des grandes périodes de l'histoire égyptienne :
Ancien empire : environ de : -2800 à -2400
Moyen empire : environ de : -2100 à -1800
Nouvel empire : environ de : -1550 à -1050



Exercice 10 :

1. Trace une droite graduée en prenant le centimètre pour unité de longueur, place le point A d'abscisse 3.
2. Place le point M et N à 5,8 cm de A, M étant après A pour le sens choisi, lire sur la figure les abscisses des points M et N.

Exercice 11 : Comparaison de nombre relatifs

Recopie chacune des inégalités ci-dessous et dis si elle est vraie ou fausse.

a) $-5{,}8 < -2{,}3$ b) $-15{,}8 < 7{,}4$
c) $5{,}6 > -100$ d) $-200 > -50$

Exercice 12 : Vrai ou faux

Réponds par vraie ou faux aux affirmations suivantes :

a. L'opposé d'un nombre positif est un nombre positif.
b. L'opposé d'un nombre négatif est un nombre négatif.
c. L'opposé d'un nombre positif est un nombre négatif.
d. L'opposé d'un nombre négatif est un nombre positif.
e. Aucun nombre n'est identique à son opposé.
f. Si deux nombres relatifs ont des signes différents, ils sont opposés.

Exercice 13 : Sur une droite graduée

1. Place sur une droite graduée les points A et B d'abscisses respectives $-2{,}7$ et 3.
   Complète : $\dots\dots < \cdots \dots$
2. Reprends la même question pour les points A et B d'abscisses $-4{,}8$ et $-5{,}3$.

Exercice 14 :

Complète les inégalités suivantes avec le signe convenable $<$ ou $>$

$6 \dots 8$; $-7 \dots 5$; $0 \dots -3$;$-12 \dots -18$;
$4 \dots -14$; $2{,}1 \dots 2$; $-2{,}4 \dots -2{,}3$; $3{,}6 \dots -6{,}3$; $-6{,}1 \dots -6$.

Exercice 15 : Ecrire les inégalités

Dans chacun des cas suivants écris l'inégalité avec les deux nombres et le signe ($<$ ou $>$).

$1{,}2 \dots -4$; $-18 \dots -3{,}4$;

$-3 \dots 7{,}5$; $-502 \dots -205$.

Exercice 16 : En passant aux opposés

Complète les inégalités avec le signe convenable :

a. $6{,}2 \dots 5{,}4$; $-6{,}2 \dots -5{,}4$
b. $3{,}5 \dots 7{,}2$; $-3{,}5 \dots -7{,}2$
c. $-570 \dots 185$; $570 \dots -185$
d. $613 \dots 1010$; $-613 \dots -1010$

Exercice 17 : En ordre croissant

Range en ordre croissant les nombres suivants :
-25 , 23 ; -12 ; 21 ; -13 ; 24 ; -26.
(En ordre croissant : du plus petit au plus grand)

Exercice 18 : En ordre décroissant

Range en ordre décroissant les nombres suivants :
$-6{,}5$; $1{,}56$; $-1{,}17$; $4{,}3$; $-6{,}3$; $1{,}4$; $1{,}601$.
(En ordre décroissant : du plus grand au plus petit)

Exercice 19 : Devinette

Je suis l'un des nombres $-7{,}5$; -6 ; $-3{,}5$, je suis inférieur à -4 supérieur à -7.
Qui suis-je ?

Exercice 20 : Double inégalité

a. Place sur une droite graduée les points A, B et C d'abscisses respectives $-2{,}5$; 3 et -4.
b. Complète la double inégalité ci-dessous avec les nombres $-2{,}5$; 3 et -4 ; $\dots < \cdots < \cdots$

Exercice 21 : Zone hachurée

Les points M, N, P d'abscisses x, y et z sont placés sur une droite graduée comme l'indique la figure ci-dessous :

Complète les inégalités : $\dots < x < \cdots$;$y \dots 4{,}08$; $z \dots -2{,}72$

Exercice 22 : Compris entre :

Comme $-3 < -2 < 4$. On dit que -2 est compris entre -3 et 4.
Donne les cinq autres entiers relatifs compris entre -3 et 4.

Exercice 23 : Chacun à sa place

Place les quatre nombres
$-2{,}45$; $-2{,}3$; $-2{,}22$; $-2{,}48$ dans les carrés :
$-2{,}5 < \square < -2{,}47 < \square < -2{,}4$; $-2{,}45 < \square < -2{,}25 < \square < -2{,}2$

Exercice 24 :

Parmi les nombres suivants :

$-8{,}15$; $-6{,}49$; -7 ; $-6{,}1$; $-7{,}6$; $-8{,}101$; $-6{,}51$

Indique ceux qui peuvent remplacer x dans la double inégalité : $-8{,}1 < x < -6{,}5$.

Exercice 25 : Somme de deux décimaux positifs

Calcule les sommes suivantes :

a) $(+8) + (9)$;$(+12) + (+5)$

b) $(+9{,}8) + (2{,}4)$; $(28{,}5) + (+1{,}4)$

c) $(8{,}7) + (10{,}8)$;$(9{,}5) + (8{,}7)$.

Exercice 26 : Somme de deux décimaux négatifs

Calcule les sommes suivantes :

a) $(-2) + (-8)$;$(-3) + (-10)$

b) $(-17) + (-24)$; $(-18) + (-25)$

c) $(-0{,}7) + (-5)$; $(-3{,}7) + (-8{,}13)$.

Exercice 27 :

Calcule :

$0 + (+3)$; $(-3{,}7) + 0$;$(17) + (-24)$; $(-18) + (-25)$; $(-0.7) + (-5)$; $(-3.7) + (-8{,}13)$.

Exercice 28 : Somme de deux décimaux de signe contraire.

Calcule les sommes suivantes :

a) $(+18) + (-4)$;$(-3) + (+9)$; $(+8) + (-14)$

b) $(+8) + (-10)$; $(-5) + (+19)$; $(+14) + (-9)$

c) $(+17) + (-7)$; $(-32{,}5) + (+12)$; $(-0{,}9) + (+0{,}08)$

d) $(-3{,}1) + (+2{,}5)$; $(-2) + (+13{,}2)$; $(-3{,}3) + (+7{,}28)$.

Exercice 29 : Soustraction

Calcule les différences suivantes :

a) $(+12) - (+7)$;$(+3) - (+25)$; $(+11) - (-3)$

b) $(-3) - (+5)$;$(-7) - (-5)$;$(-3) - (-9)$;

c) $(+13{,}5) - (8{,}7)$; $(-3{,}1) - (+14{,}5)$; $(+8) - (-5)$

d) $(+8) - (+5)$; $(+1{,}7) - (2{,}7)$; $(1{,}7) — 2{,}7$

e) $(1{,}7) - (2{,}7)$; $(-1{,}7) - (-2{,}7)$.

Exercice 30 :

Calcule les sommes

a) $3 + 5$; $(-3) + 5$; $5 + (-9)$; $(-14) + 6$; $45 + (-23)$.

b) $0{,}8 + (-4{,}8)$; $78 + 2{,}41$; $(-16{,}9) + 3$

c) $15 + (-2{,}3)$; $(-31{,}7) + 41{,}3$; $5{,}2 + (-7{,}3)$

Exercice 31 :

Dans chacun des cas suivants donne le signe de la somme. (On ne demande pas de calculer)

a) $(+135{,}5) + (-78.5)$; $(-987) + (+180)$

b) $(-13{,}3) + (+13{,}05)$; $(-98{,}04) + (+89{,}4)$

c) $(-0{,}15) + (+0{,}8)$; $(0{,}0315) + (-0{,}03)$

Exercice 32 :

Calcule après avoir regroupé les termes dont la somme se calcule facilement.

a) $12 + (-6) + (-7{,}5) + 6$

b) $17{,}5 + (-8) + 2 + 18$

c) $2\,004 + (-13{,}7) + (-13{,}7) + (-2\,004) + 24{,}5 + (-3{,}5)$

d) $7{,}4 + (-4{,}25) + (-2{,}4) + (-5{,}75)$

Exercice 33 :

Reproduis et complète les tableaux suivants :

a) En ajoutant $(+9)$ *à chaque élément de la 1ère ligne :*

-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4

b) En ajoutant (-4)

-13	-9	-6	-3	0	3	6	9	12

Exercice 34 : Dans l'ordre

Calcule les expressions suivantes en respectant l'ordre des opérations :

a) $12 + (-7) + 5$ *et* $12 + 5 + (-7)$

b) $(-3) + 8 + (-2)$ *et* $(-3) + (-2) + 8$

c) $7 + (-4{,}5) + 8{,}3 + 4{,}5$ *et* $\left((-4{,}5) + 4\right) + (7 + 8{,}3)$

d) $3{,}2 + (-4) + 13{,}5 + (8{,}5) + (-12)$ *et* $+13{,}5 + (8{,}5) + (-12) + 3{,}2 + (-4)$

Exercice 35 : Calcul mental

Calcule mentalement

$15 + (-7) + 4$; $32 + (-5) + 3 + 37$; $6 + (-3) + 17 + (-6)$;

$9 + (-12) + 5 + (-8)$

Exercice 36 :

Simplifie l'écriture des différences suivantes en supprimant les signes et les parenthèses des nombres positifs, puis Calcule :

a) $(+8)-(+3)$; $(+2)-(+7)$; $(+7)-(+13)$

b) $(+3{,}5)-(+1{,}7)$; $(+21)-(+14{,}5)$; $(1{,}4)-(+9{,}6)$

Exercice 37 :

Calcule les différences :

a) $3-8$; $4-9$; $5-16$; $1{,}5-3$; $0{,}7-1{,}8$; $7{,}2-9{,}5$

b) $-5-4$; $-8-3{,}75$; $-11{,}3-15{,}4$; $3-(-12)$

c) $-7-(-38)$; $-1{,}4-(-4)$.

Exercice 38 :

Complète les tableaux suivants :

a) En retranchant 6 de chaque nombre de la 1ère ligne

-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5

b) En retranchant (-7)

-12	-9	-6	-3	0	3	6	9	12

Exercice 39 :

Recopie les expressions suivantes. Repasse en vert les signes $(-)$ *de la soustraction, en rouge les signes* $(-)$ *des nombres négatifs.*

a. $-4-\!-9$; $15-\!-17-32$; $-9-(-8-12)$

b. $24+(-4)-(+5)$

Exercice 40 : Organisation de calcul

On donne l'expression :

$A=-3+(-6)-(-4)+(-3)$

a. Ecris l'expression égale à A obtenue en remplaçant la soustraction par une addition.

b. Récris A sans parenthèse.

c. Calcule A selon ton choix, soit directement, soit avec l'un des résultats de a) ou du b).

Exercice 41 : Calcul de sommes algébriques

Reprends l'exercice précédent avec les expressions :

a. $A=15-(-10)-(-4)-5+(-14)$

b. $B=12-5-(-6)-9-(-13)+(-3)$

c. $C=6-12-(-13)-(-9)+(-9)$

d. $D=+9-(-9)+4-(-13)+(-14)+(-9)-8.$

Exercice 42 :

Calcule les expressions suivantes :

a. $-20-19-18-7+16$

b. $1-3{,}5-5{,}7+8{,}8-4$

c. $2{,}1+4{,}5-4{,}53+18{,}24$

d. $-4{,}2+8{,}5-4{,}1-5{,}2.$

Exercice 43 :

Calcule les produits suivants :

$3{,}4\times3$; $3{,}4\times(-3)$; $(-3{,}4)\times3$; $(-4{,}5)\times3$; $1\times(-2{,}5)$; $1{,}5\times(-1)$; $(-3{,}5)\times0$; $(-4)\times(-2{,}2)$.

Exercice 44 :

Calcule mentalement

-8×12 ; -8×11 ; $100\times(-3)$; $(-10)\times(-0{,}1)$; $(-0{,}8)\times(-1{,}25)$; $700\times0{,}07$.

Exercice 45 :

Mettre les quotients sous forme d'un décimal

$7\div4$; $-7\div8$; $14\div(-3{,}5)$; $(-14)\div-5$.

Exercice 46 :

On donne les quotients suivants :

$14{,}2\div7$; $-12{,}4\div4{,}2$; $45{,}3\div(-3{,}5)$; $(-145{,}6)\div(-3{,}8)$.

Pour chacun de ces quotients trouve la valeur approchée par défaut et la valeur approchée par excès :

- *à l'unité près ;*
- *au dixième près ;*
- *au centième près ;*
- *au millième près.*

Exercice 47 : Signe d'un produit de plusieurs facteurs

Trouve sans effectuer les opérations le signe des expressions suivantes :

$x=(-4{,}5)\times(7{,}3)\times(-9{,}36)\times(-4{,}7)$

$y=7{,}5\times(-4)\times0\times(-9)$

$z=(-4{,}8)\times(-4{,}8)\times(-2{,}74)\times1{,}01$

Chapitre 3 Nombres décimaux 2

I. Activités préparatoires :

Activité 1: *Exposant entier positif*

1. *On considère un cube dont le coté mesure 5(l'unité est le centimètre)*
   Quelle est l'aire d'une face de ce cube ? Quel est son volume ?
   Peux-tu les écrire autrement ?
3. *Complète ce qui suit puis calcule les produits suivants :* $7 \times 7 \times 7 = \cdots$; $9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 = \cdots$;
   $(-1) \times (-1) \times (-1) = \cdots$; $(-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4) = \cdots$;
   $(0,2) \times (0,2) \times (0,2) \times (0,2) \times (0,2) \times (0,2) \times (0,2) = \cdots$; $(-0,5) \times (-0,5) \times (-0,5) \times (-0,5) = \cdots$

Activité 2: *Exposant entier négatif*

A l'aide d'une calculatrice scientifique, calcule :

$5^{-2} =$ ……… et $\frac{1}{5^2} =$ ……… *On remarque que* $5^{-2} =$ ………

$2^{-4} =$ ……… et $\frac{1}{2^4} =$ ……… *On remarque que* $2^{-4} =$………

Activité 3: *Propriétés des puissances*

Calcule et compare :

1. $2^5 \times 2^3$ et 2^8 ; $5^6 \times 5^{-2}$ et 5^4 ; $(-0,2)^4 \times (-0,2)^3$ et $(-0,2)^7$; $(-0,5)^{-9} \times (-0,5)^{-3}$ et $(-0,5)^{-6}$.
   Peux-tu conclure ?
2. $5^4 \times 2^4$ et 104 ; $(-0,25)^3 \times (4)^3$ et $(-1)^3$; $(-5)^6 \times (-0,8)^6$ et $(4)^6$.
   Peux-tu conclure ?
3. $(5^2)^3$ et 5^6 ; $((-0,1)^5)^3$ et $(-0,1)^{15}$; $((0,4)^3)^{-3}$ et $(0,4)^{-9}$; $(8^{-2})^{-1}$ et 8^2.
   Peux-tu conclure ?
4. $\frac{2^3}{5^3}$ *et* $\left(\frac{2}{5}\right)^3$; $\frac{(-1)^4}{8^4}$ *et* $\left(\frac{(-1)}{8}\right)^4$; $\frac{(0,25)^{-2}}{(-0,4)^{-2}}$ *et* $\left(\frac{0,25}{-0,4}\right)^{-2}$; $\frac{(-8)^{-4}}{(12,5)^{-4}}$ *et* $\left(\frac{(-8)}{12,5}\right)^{-4}$.
   Peux-tu conclure ?

Activité 4: *Priorités opératoires*

Calcule les expressions suivantes en indiquant les étapes intermédiaires suivant les priorités opératoires utilisées : $A = 25 - 4^2$; $B = (-7)^4 - 3 \times 5^3$; $C = 15 \times (-4)^2 - 8^3$; $D = 6^{-2} + 9^{-2}$;

$E = -4 \times 5^{-2} - 9^2 \times 4^{-3} \times \frac{13}{4}$

Activité 5:

Calcule : $10^2 =$; $10^3 =$; $10^4 =$; $10^5 =$; $10^7 =$; $10^8 =$; $10^2 =$.

Activité 6: *Ecriture scientifique d'un nombre décimal relatif positif*

1. *Complète :*

$$\begin{aligned} 35,014 &= 350,14 \times 10^{\cdots} \\ &= 3501,4 \times 10^{\cdots} \\ &= 35014 \times 10^{\cdots} \\ &= 3,5014 \times 10^{\cdots} \\ &= 0,35014 \times 10^{\cdots} \\ &= 350140 \times 10^{\cdots} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -689,723 &= -689,723 \times 10^{\cdots} \\ &= -68,9723 \times 10^{\cdots} \\ &= -6,89723 \times 10^{\cdots} \\ &= -0,689723 \times 10^{\cdots} \\ &= -6897,23 \times 10^{\cdots} \\ &= -689723 \times 10^{\cdots} \end{aligned}$$

2. *Donne l'écriture décimale des nombres suivants :*
   $0,123 \times 10^3 =$; $865,33 \times 10^{-2} =$; $0,000407 \times 10^6 =$; $90145 \times 10^{-7} =$; $4738,891 \times 10^1 =$.

II. Je retiens :

1. Puissances d'un décimal relatif:

Définition 1:

Etant donnés a un décimal relatif et n un entier positif non nul. Le produit de n facteurs égaux à a :

$a \times a \times ... \times a$ *est noté* a^n *et on écrit :* $a^n = \underbrace{a \times a \times .... \times a}_{n\ fois}$.

On lit a puissance n ou a exposant n. Le nombre n est appelé ***exposant****.*

***NB :** L'écriture* 0^0 *n'a pas de sens.*

Cas particulier : *Pour tout décimal relatif :* $a^1 = a$.

Exemple : $5^1 = 5$; $(-2{,}5)^1 = (-2{,}5)$; $(+3{,}7)^1 = (+3{,}7)$.

Convention : *Pour* $a \neq 0$*, on convient que :* $a^0 = 1$*. Exemple :* $7^0 = 1$.

Attention : *Ne pas confondre !!!*

$(-6)^4 = (-6) \times (-6) \times (-6) \times (-6) = +1296$; $\quad -6^4 \text{-} 6^4 = - 6 \times 6 \times 6 \times 6 = -1296$.

Définition 2:

Etant donnés a un décimal relatif non nul et n un entier positif.

Le nombre a^{-n} *désigne l'inverse de* a^n *:* $\frac{1}{a^n}$.

Attention : a^{-n} *n'est pas toujours un décimal relatif.*

Cas particulier : *Pour* $a \neq 0$*,* a^{-1} *est l'inverse de a.*

Exemple : $5^{-1} = \frac{1}{5}$; $(2{,}5)^{-1} = \frac{1}{2{,}5}$; $(-8)^{-1} = \frac{1}{-8}$; $(-0{,}4)^{-1} = \frac{1}{-0{,}4}$.

2. Propriétés des puissances:

Formules sur les puissances:

Etant donnés a et b deux décimaux relatifs non nuls ; n et p deux entiers positifs on admet les quatre formules suivantes : 1. $a^n \times a^n = a^{n+p}$; 2. $a^n \times b^n = (ab)^n$; 3. $(a^n)^p = a^{n \times p}$; 4. $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$.

Règle 1:

Quand une expression comporte des puissances, on fait en priorité :

1. *Les calculs entre parenthèses ;*
2. *Les puissances ;*
3. *Les multiplications et les divisions ;*
4. *Les additions et les soustractions.*

3. Puissances de dix :

Définition 3:

Etant donné un entier n entier positif non nul. On note 10^n *le produit de n facteurs tous égaux à 10.*

On écrit : $10^n = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \ldots \ldots \times 10$*. Le nombre* 10^{-n} *est l'inverse de* 10^n.

On écrit : $10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{\underbrace{10 \times 10 \times 10 \times 10 \ldots\ldots \times 10}_{n\ fois}} = 0{,}000 \ldots .01$ *nombre à n décimales.*

Cas particulier et convention : $10^1 = 10$; $10^0 = 1$.

4. Ecriture scientifique d'un nombre décimal relatif :

Règle 2:

Un décimal non nul peut s'écrire sous la forme « $a \times 10^n$ *» ; où a non nul vérifiant :* $-10 < a < 10$ *et n est un entier relatif. Cette écriture est appelée écriture scientifique (ou notation scientifique).*

II. Je sais faire :

Enoncés des exercices d'application :

Exercice d'application 1

Calcule : 6^5 ; 4^7 ; $(-3)^6$; $(-0,8)^3$; $(-0,9)^4$; $(-0,5)^8$; $(-0,1)^{10}$; $(-1,6)^2$.

Exercice d'application 2

Quel est le signe de chacun des nombres suivants :

$(-9)^{365}$; $(-5)^{2018}$; $(-54)^{1960}$; $(+6)^{165}\times(-7)^{82}$; $(-8)^{65}\times(+17)^{842}$; $(-12)^{465}\times(-35)^{82}$; $(-21)^{654}\times(-835)^{72}$; $(-251)^{731}\times(-830)^{729}$.

Exercice d'application 3

Calcule : 2^{-5} ; 4^{-3} ; 10^{-6} $(-5)^{-4}$; $(-0,8)^{-3}$; $(-0,5)^{-4}$; $(-0,5)^{8}$; $(-0,1)^{10}$; $(-1,6)^{-2}$.

Exercice d'application 4

1. *Complète les égalités suivantes :*
   $6^{13}\times6^{-9}=6^{\cdots}$; $5^4\times2^4=10^{\cdots}$; $(-0,5)^{18}\times(-0,5)^{\cdots}=(-0,5)^7$; $(-0,5)^{12}\times4^{\cdots}=(-2)^{12}$;
   $(15^2)^{31}=15^{6\cdots}$; $((-0,1)^{\cdots})^6=(-0,1)^{18}$; $((-0,4)^{\cdots})^6=(-0,4)^{3\cdots}$; $(-125)^{13}\times(-125)^{-9}=(-5)^{\cdots}$
   $((-0,04)^{\cdots})^6=(-0,04)^{2\cdots}$

2. *Calcule puis donne les résultats sous forme de fractions irréductibles* $\frac{2^3}{5^3}\left(\frac{0,4}{5}\right)^3$

$$\left(\frac{0,4}{5}\right)^3 ; \left(\frac{5}{4}\right)^{-6} ; \left(\frac{-0,15}{0,6}\right)^8 ; \left(\frac{2}{5}\right)^3\times\left(\frac{(-1)}{8}\right)^{-4} ; \frac{\left(\frac{-0,15}{0,6}\right)^7}{\left(\frac{5}{4}\right)^{-6}}.$$

Exercice d'application 5

Calcule puis simplifie l'écriture de chacune des expressions suivantes :

$A=5-3(4^2+7)$; $B=(-5)^4+4\times(18-2^3)-15$; $C=15\times(-3)^4-2^3(3+7\times5^{-2})$.

Exercice d'application 6

1. *Calcule* $10^6=$...... ; $10^{10}=$...... ; $10^{15}=$...... ; $10^{-1}=$...... ; $10^{-2}=$...... ;
   $10^{16}=$...... ; $10^{-10}=$...... ; $10^{-20}=$...... ; $10^{-6}=$......
2. *Complète les égalités suivantes :*
   $10^{13}\times10^{-9}=10^{\cdots}$; $10^{-7}\times10^4=10^{\cdots}$; $10^{18}\times10^{\cdots}=10^7$; $(10^2)^{31}=10^{6\cdots}$; $(10^{\cdots})^6=10^{-18}$;
   $\frac{10^{14}}{10^5}=10^{\cdots}$; $\frac{10^{\cdots}}{10^5}=10^{11}$.
3. *Retrouve les formules*
   - $10^n\times10^p=10^{n+p}$;
   - $(10^n)^p=10^{n\times p}$;
   - $\frac{10^n}{10^p}=10^{n-p}$.

Exercice d'application 7

Ecris les nombres sous la forme 10^n *:*

$10^3\times10^5$; $10^8\times10^{-5}$; $10^{-13}\times10^7$; $10^{-4}\times10^{-14}$; $(10^{-4})^3$; $(10^4)^{-5}$; $(10^{-6})^{-7}$; $\frac{10^{14}}{10^5}$; $\frac{10^{-4}}{10^3}$; $\frac{10^9}{10^{-7}}$.

Exercice d'application 8

1. *Donne l'écriture décimale des nombres suivants :*
   $10^{14}+10^9+10^{-4}+10^{-2}$; $10^6-10^2+10^{-3}-10^{-1}$;
   $10^{-8}-10^{-6}-10^3-10^{-2}$; $10^1-10^9+10^{-7}-10^{-3}$.

2. *Donne l'écriture scientifique de chacun des nombres suivants :*

$A = 661\,870\,000\,000$; $B = 0{,}000\,302\,2$; $C = 800\,9900\times10^{8}$;

$D = 8520{,}445\,107\,699\times10^{-12}$; $E = 0{,}497\,2355\times10^{8}$; $F = 0{,}050\,286\,703\times10^{-23}$;

$G = 32\times10^{-7}\times4\times10^{11}$; $H = 5\times10^{-4}+2\times10^{-3}$; $I = 15\times10^{-4}-2\times10^{-3}$;

$J=\frac{6\times10^{9}\times0{,}4\times10^{-4}}{5\times10^{3}}$; $K=\frac{8\times10^{-11}+0{,}2\times10^{7}}{5\times10^{5}}$; $L=\frac{18\times10^{-11}+0{,}3\times10^{7}}{4\times10^{3}\times6\times10^{-5}}$.

Solutions des exercices d'application

Exercice d'application 1

$6^5 = 6\times6\times6\times6\times6 = 7776$; $4^7 = 4\times4\times4\times4\times4\times4\times4 = 16384$;

$(-3)^6 = (-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3) = 729$;

$(0{,}8)^3 = (-0{,}8)\times(-0{,}8)\times(-0{,}8) = (-0{,}512)$;

$(0{,}9)^4 = (-0{,}9)\times(-0{,}9)\times(-0{,}9)\times(-0{,}9) = 0{,}6561$.

Exercice d'application 2

Le signe de $(-9)^{365}$ *est négatif car 365 est un nombre impair.*

Le signe de $(-5)^{2018}$ *est positif car 2018 est un nombre pair.*

Le signe de $(-54)^{1960}$ *est positif car 1960 est un nombre pair.*

Le signe de $(+6)^{165}\times(-7)^{82}$ *est positif car 82 est un nombre pair.*

Le signe de $(-8)^{65}\times(+17)^{842}$ *est négatif car 65 est un nombre impair.*

Le signe de $(-12)^{465}\times(-35)^{82}$ *est négatif car 465 est un nombre impair est 82 pair.*

Le signe de $(-21)^{654}\times(-835)^{72}$ *est positif car 654 et 72 sont des nombres pairs.*

Le signe de $(-251)^{731}\times(-830)^{729}$ *est positif car 731 et 729 sont des nombres impairs.*

Exercice d'application 3

$2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{2\times2\times2\times2\times2} = \frac{1}{32}$; $4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{4\times4\times4} = \frac{1}{64}$; $(-5)^{-4} = \frac{1}{(-5)^4} = \frac{1}{(-5)\times(-5)\times(-5)\times(-5)} = \frac{1}{625}$;

$(-0{,}8)^{-3} = (-\frac{8}{10})^{-3} = (-\frac{10}{8})^3 = -\frac{1000}{512}$; $(-0{,}5)^{-4} = (-\frac{5}{10})^{-4} = (-\frac{10}{5})^4 = -\frac{10000}{625}$;

$(-0{,}5)^8 = (-\frac{5}{10})^8 = \frac{390625}{100000000} = 0{,}00390625$; $(-1{,}6)^{-2} = (-\frac{16}{10})^{-2} = (-\frac{10}{16})^2 = -\frac{100}{256}$.

Exercice d'application 4

1. *Je complète les égalités suivantes :*

$6^{13}\times6^{-9} = 6^4$; $5^4\times2^4 = 10^4$; $(-0{,}5)^{18}\times(-0{,}5)^{-11} = (-0{,}5)^7$; $(-0{,}5)^{12}\times4^{12} = (-2)^{12}$;

$(15^2)^{31} = 15^{62}$; $((-0{,}1)^3)^6 = (-0{,}1)^{18}$; $((-0{,}4)^5)^6 = (-0{,}4)^{30}$;

$(-1{,}25)^{13}\times(-1{,}25)^{-9} = (-1{,}25)^4$; $((-0{,}04)^4)^6 = (-0{,}04)^{24}$.

2. *Je calcule puis je donne les résultats sous forme de fractions irréductibles*

$$\left(\frac{0{,}4}{5}\right)^3 = \left(\frac{\frac{4}{10}}{5}\right)^3 = \left(\frac{4}{50}\right)^3 = \left(\frac{2}{25}\right)^3 = \frac{8}{15625};\ \left(\frac{5}{4}\right)^{-6} = \left(\frac{4}{5}\right)^6 = \frac{4096}{15625};$$

$$\left(\frac{-0{,}15}{0{,}6}\right)^8 = \left(\frac{-\frac{15}{100}}{\frac{6}{10}}\right)^8 = \left(\frac{-15}{100}\times\frac{10}{6}\right)^8 = \left(-\frac{5\times3\times10}{10\times5\times2\times2\times3}\right)^8 = \left(-\frac{1}{4}\right)^8;$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 \times \left(\frac{(-1)}{8}\right)^{-4} = \frac{2^3}{5^3}\times\left(\frac{8}{(-1)}\right)^4 = \frac{2^3\times8^4}{5^3\times(-1)^4} = \frac{8\times8^4}{5^3} = \frac{8^5}{5^3};$$

$$\frac{\left(\frac{-0{,}15}{0{,}6}\right)^7}{\left(\frac{5}{4}\right)^{-6}} = \frac{\left(\frac{\frac{15}{100}}{\frac{6}{10}}\right)^7}{\left(\frac{4}{5}\right)^6} = \frac{\left(\frac{15}{100}\times\frac{10}{6}\right)^7}{\left(\frac{4}{5}\right)^6} = \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^7}{\left(\frac{4}{5}\right)^6} = \frac{\frac{1}{4^7}}{\frac{4^6}{5^6}} = \frac{1}{4^7}\times\frac{5^6}{4^6} = \frac{5^6}{4^{13}}.$$

Exercice d'application 5

$A = 5 - 3(4^2 + 7) = 5 - 3(16 + 7) = 5 - (3 \times 23) = 5 - 69 = -64;$

$B = (-5)^4 + 4 \times (18 - 2^3) - 15 = (-5)^4 + 4 \times (18 - 8) - 15 = 625 + (4 \times 10) = 625 + 40 - 15$

$= 665 - 15 = 650;$

$C = 15 \times (-3)^4 - 2^3(3 + 7 \times 5^{-2}) = (15 \times 81) - 8\left(3 + 7 \times \frac{1}{25}\right) = 1215 - 8\left(3 + \frac{7}{25}\right)$

$= 1215 - \left(8 \times \frac{82}{25}\right) = 1215 - \frac{8\times82}{25} = 1215 - \frac{656}{25} = \frac{4860-2624}{100} = \frac{2236}{100} = 22{,}36.$

Exercice d'application 6

1. *Je calcule :* $10^6 = 1000000$; $10^{10} = 10000000000$; $10^{15} = 1000000000000000$; $10^{-1} = 0{,}1$;

   $10^{-2} = 0{,}01$; $10^{16} = 10000000000000000$; $10^{-10} = 0{,}0000000001$.

2. *Je complète les égalités suivantes :*

   $10^{13} \times 10^{-9} = 10^4$; $10^{-7} \times 10^4 = 10^{-3}$; $10^{18} \times 10^{-11} = 10^7$; $(10^2)^{31} = 10^{62}$; $(10^{-3})^6 = 10^{-18}$;

   $\frac{10^{14}}{10^5} = 10^{14-5} = 10^9$; $\frac{10^{14}}{10^5} = 10^{14-25} = 10^{-11}$.

3. *Je retrouve les formules*

- $10^n \times 10^p = \underbrace{\underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{n fois} \times \underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{p fois}}_{(n+p) fois} = 10^{n+p}$;

- $(10^n)^p = \underbrace{\underbrace{10\times10\times\ldots\times10}_{n fois} \times \underbrace{10\times10\times\ldots\times10}_{n fois} \times \ldots \times \underbrace{10\times10\times\ldots\times10}_{n fois}}_{p fois} = 10^{n\times p}$;

- $\frac{10^n}{10^p} = \frac{\underbrace{10\times10\times\ldots\times10}_{n fois}}{\underbrace{10\times10\times\ldots\times10}_{p fois}} = \underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{n fois} \times \underbrace{10^{-1} \times 10^{-1} \times \ldots \times 10^{-1}}_{p fois} = 10^{n-p}$

Exercice d'application 7

J'écris les nombres sous la forme 10^n*:*

$10^3 \times 10^5 = 10^8$; $10^8 \times 10^{-5} = 10^3$; $10^{-13} \times 10^7 = 10^{-6}$; $10^{-4} \times 10^{-14} = 10^{-18}$;

$(10^4)^3 = 10^{12}$; $(10^4)^{-5} = 10^{-20}$; $(10^{-6})^{-7} = 10^{42}$; $(10^{-4})^3 = 10^{-12}$;

$\frac{10^{14}}{10^5} = 10^9$; $\frac{10^{-4}}{10^3} = 10^{-7}$; $\frac{10^9}{10^{-7}} = 10^{16}$.

Exercice d'application 8

1. *Je donne l'écriture décimale des nombres suivants :*

$10^{14} + 10^9 + 10^{-4} + 10^{-2} = 100000100000000{,}0101$;

$10^6 - 10^2 + 10^{-3} - 10^{-1} = 999899{,}901$;

$10^{-8} - 10^{-6} - 10^3 - 10^{-2} = -1000{,}01000099$;

$10^1 - 10^9 + 10^{-7} - 10^{-3} = -999\,999\,990{,}0009999$.

2. *Je donne l'écriture scientifique de chacun des nombres suivants :*

$A = 661\,870\,000\,000 = 6{,}6187 \times 10^{11}$; $B = 0{,}000\,302\,2 = 3{,}022 \times 10^{-4}$;

$C = 800\,9900 \times 10^8 = 8{,}0099 \times 10^8$; $D = 8520{,}445\,107\,699 \times 10^{-12} = 8{,}520445107699 \times 10^{-18}$;

$E = 0{,}497\,2355 \times 10^8 = 4{,}972355 \times 10^7$; $F = 0{,}050\,286\,703 \times 10^{-23} = 5{,}0286703 \times 10^{-25}$;

$G = 32 \times 10^{-7} \times 4 \times 10^{11} = 32 \times 4 \times 10^4 = 128 \times 10^4 = 1{,}28 \times 10^6$;

$H = 5 \times 10^{-4} + 2 \times 10^{-3} = 10^{-3}(5 \times 10^{-1} + 2) = 10^{-3}(0{,}5 + 2) = 2{,}5 \times 10^{-3}$;

$I = 15 \times 10^{-4} - 2 \times 10^{-3} = 10^{-3}(15 \times 10^{-1} - 2) = 10^{-3}(1{,}5 - 2) = -0{,}5 \times 10^{-3}$;

$J = \frac{6 \times 10^9 \times 0{,}4 \times 10^{-4}}{5 \times 10^3} = \frac{6 \times 4 \times 10^4}{5 \times 10^3} = \frac{24 \times 10^{4-3}}{5} = \frac{24 \times 10}{5} = 4{,}8 \times 10^1$;

$K = \frac{8 \times 10^{-11} + 0{,}2 \times 10^7}{5 \times 10^5} = \frac{10^{-11}(8 + 0{,}2 \times 10^{18})}{5 \times 10^5} = \frac{10^{-11} \times 10^{-5}(8 + 0{,}2 \times 10^{18})}{5} = \frac{10^{-16}(8 + 0{,}2 \times 10^{18})}{5}$

$= \frac{10^{-17} \times 10(8 + 0{,}2 \times 10^{18})}{5} = 10^{-17} \times 2(8 + 0{,}2 \times 10^{18}) = 4,\underbrace{00\ldots0}_{15\ zéros}16$;

$L = \frac{18 \times 10^{-11} + 0{,}3 \times 10^7}{4 \times 10^3 \times 6 \times 10^{-5}} = \frac{10^{-11} \times 10^2(18 + 0{,}3 \times 10^{18})}{4 \times 6} = \frac{10^{-9} \times (18 + 30 \times 10^{16})}{4 \times 6}$

$= 10^{-9} \times (0{,}75 + 1{,}25 \times 10^{16}) = (10^{-9} \times 0{,}75) + (1{,}25 \times 10^7) = 1{,}25\underbrace{00\ldots0}_{14\ zéros}075$.

IV. Je m'exercice :

Exercice 1 :
Ecris sous la forme d'une puissance
81 ; $1{,}25$; $0{,}32$; $0{,}0016$; -64 ; $-6{,}25$; $-0{,}0144$.

Exercice 2 :
Calcule :
3^2 ; 2^3 ; $(-3)^2$; $(3^2)^2$; $(-5)^2$; 0^{15}; $(-1)^{18}$;
$(-1)^{13}$; $(-18)^3$; 1^{13} ;4^{-2} ; 2^{-5} ; $(0{,}1)^{-1}$; 9^0.

Exercice 3 :
Calcule : $7^5 \times 7^{-3}$; $9^2 \times 9$;$10^6 \times 10^7$;
$2^{-4} \times 2^{-1}$; $5^8 \times 5^{-10}$.

Exercice 4 :
Ecris sous forme d'une fraction :
$\left(\frac{2}{3}\right)^3$; $\left(\frac{-5}{2}\right)^2$; $\left(\frac{6}{8}\right)^5$; $\left(\frac{1}{7}\right)^3$; $\left(\frac{4}{3}\right)^2$; $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$;
10^{-2} ; $(0{,}1)^{13}$.

Exercice 5 :
Réponds par Vrai ou faux
$4^3 \times 4^2 = 4^6$; $(11^3)^2 = 11^6$; $5^4 \times 3^2 = 15^6$;
$5^4 \times 3^4 = 15^4$; $(7^2)^3 = 7^5$; $7^2 \times 11^3 = 77^5$.

Exercice 6 :
Quel est le singe de :
$(-2)^3 \times (-7)$;$((-2) \times (-7))^3$;
$(-7)^3 \times (-7)^2$;$((-7)^3)^2$;
$((-5) \times (-9))^4$;$(-5) \times (-7)^4$?

Exercice 7 :
Quel est le singe du nombre x dans chacun des cas suivants :
$x^7 = -2187$; $x^{-5} = 0{,}03125$; $x^{-3} = -125$?

Exercice 8 :
Ecris sous forme d'une puissance de 10 *:*
$10^{-3} \times 10^5$; $10^7 \times 10^9$; $10^{-1} \times 10^{-3}$; $10^5 \times 10^{-3}$;
$10^{-3} \times 10$; $10^7 \times 100^{-5} \times 10^{-2}$; $10^0 \times 10^3$; 10×10^{-1} ; $(10^{-6})^2$; $(10^3)^3$; $(10^{-3})^2 \times 10^4$.

Exercice 9 :
Reprends la question de l'exercice précédent avec les nombres ci-dessous :
$\frac{10^5}{10^{-3}}$; $\frac{10^3}{10^0}$; $\frac{10^9}{10^7}$; $\frac{10^{-3}}{10^{-1}}$; $\frac{10^{-7}}{10^5}$; $\frac{10}{10^{-3}}$; $\frac{10^2}{0{,}1}$; $\frac{10^{-6}}{10^{-6}}$;
$\frac{10^{-1}}{10}$.

Exercice 10 :
Ecris sous forme de puissance de 10 puis sous forme décimale :
$(0{,}01)^2$;$(10^{-3})^2 \times 100^3$;$10^{-3} \times 0{,}001$;
$\frac{0{,}01}{10^{-3}}$; $10^5 \times 0{,}0001$; $\frac{10^{-4}}{0{,}01}$

Exercice 11 :
Donne sous forme de puissance de 10, l'inverse des nombres suivants :
10 ; 0,01 ; 10^3; 10^{-6}; *0,0001.*

Exercice 12 :
Donne l'écriture scientifique des nombres suivants :
1985 ; 314 ; 159× 10^{-5} *; 12 milliards ; 7,3×* 10^4 *;*
52 ; 320 millions ; 91000 ; 0,15× 10^{-7} *;*
$0{,}013 \times 10^{-4}$.

Exercice 13 :
Donne l'écriture scientifique de :
$2 \times 10^3 \times 5 \times 10^2$; $7 \times 10^5 \times 11 \times 10^{-2}$;$\frac{4}{3} \times$
$3{,}141 \times (10^{-1})^3$; $6{,}02 \times 10^{23} \times 238$;
$1{,}602 \times 10^{-19} \times 37$.

Exercice 14 :
Reprends la question de l'exercice précédent avec les nombres :
$(4{,}12 \times 10^{-3})^2$; $(7 \times 10^2)^3$; $(5 \times 10^{-6})^2 \times 3 \times 10^{-6}$; $(8 \times 10^{-4})^3 \times 2^{15}$

Exercice 15 :
Reproduis la droite
10^{-5} 10^{-4} 10^{-3} 10^{-2} 10^{-1} 10^0 10^1 10^2 10^3 10^4 10^5 10^6 10^7
Place sur cette droite les nombres suivants :
3×10^7 ; 3×10^3 ; $4{,}5 \times 10^2$; $2{,}873 \times 10^{-3}$;
$2{,}4 \times 10^{-5}$; $3{,}6 \times 10^4$; 3×10^2 ; 4×10^{-2} ;
7×10^{-5}.

Exercice 16 :
Ordonne suivant l'ordre décroissant les nombres :
24×10^{-3} ; 24×10^{-6} ; 8×10^{-1} ; 314×10^{-3} ;
31×10^3 ; 45×10^{-1}.

Exercice 17 :

$a = 10^{-1} + 9 \times 10^{-2} + 8 \times 10^{-3} + 8 \times 10^{-4}$;
$b = 9 \times 10^{0} + 8 \times 10^{1} + 7 \times 10^{2} + 6 \times 10^{3} + 5 \times 10^{4} + 4 \times 10^{5} + 3 \times 10^{6} + 2 \times 10^{7} + 10^{2}$.

Exercice 18 :

Une analyse de sang d'un patient a donné les résultats suivants :

- *Globules rouges :* $4{,}8 \times 10^{6}$ *par* mm^3 *de sang*
- *Globules blancs :* 8×10^{3} *par* mm^3 *de sang*

Calcule le nombre total de globules rouges puis de globules blancs de ce patient, sachant que son corps contient 5 litres de sang.

Exercice 19 :

La masse de notre planète est de 5980 milliards de tonnes.
Combien faudrait-il de grains de sable de 0,1g pour atteindre la masse de la Terre ?

Exercice 20 :

La distance de la Terre au Soleil est combien de fois plus grande que la distance de la Lune à la Terre ? (Distance Terre-Soleil : 0,015 milliards km, celle de la Lune à la Terre : 0,3 million de km)

Exercice 21 :

Calcule la masse de sel dissous dans les océans, sachant que la concentration moyenne de sel est de 27g par litre d'eau de mer.
(Volume des océans : 1338 million de km^3*)*

Exercice 22 :

Exercice 22 : *...e d'une fraction simplifiée*

$\left(\frac{13}{15}\right)^{-2}$; $\left(\frac{-6}{14}\right)^{-1}$; $\left(\frac{2}{7}\right)^{2}$; $\left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$.

Exercice 23 :

Complète :

$\left(\frac{2}{5}\right)^{2} = \cdots$; $\left(\frac{1}{4}\right)^{\cdots} = \frac{1}{64}$; $\left(\frac{2}{-5}\right)^{3} = \cdots$;
$\left(\frac{-4}{3}\right)^{\cdots} = \frac{128}{81}$; $\left(\frac{-8}{7}\right)^{\cdots} = \frac{\cdots}{49}$.

Exercice 24 :

Simplifie :

$\left(\frac{2}{3}\right)^{1} \times \left(\frac{3}{2}\right)^{3}$; $\left(\frac{7}{4}\right)^{2} \times \left(\frac{4}{7}\right)^{4}$; $\left(\frac{6}{5}\right)^{3} \times \left(\frac{5}{2}\right)^{4}$;
$\frac{2^3 \times 5^2}{5^4 \times 2}$; $\frac{34^{10}}{17^{10}}$; $\frac{18^7}{6^7}$

Exercice 25 :

Soit N l'entier naturel donné par :
$N = 1 \times 2^2 \times 3^3 \times 4^4 \times 5^5 \times 6^6 \times 7^7 \times 8^8 \times 9^9 \times 10^{10}$.
Détermine les entiers m, n *et* p *tel que :*

$N = \underbrace{(2 \times \ldots \times 2)}_{m\,fois} \times \underbrace{(3 \times \ldots \times 3)}_{n\,fois} \times \underbrace{(5 \times \ldots \times 5)}_{p\,fois} \times \underbrace{(7 \times \ldots \times 7)}_{q\,fois}$

Exercice 26 :

Le tableau suivant donne la longueur de l'orbite de quatre planètes de notre système solaire autour du Soleil (en km) ainsi que le nombre de jours qu'elles mettent pour parcourir cette orbite.

Planète	Orbite en km	Révolution en jours
Mercure	$3{,}6 \times 10^{8}$	88
Terre	$9{,}2 \times 10^{8}$	365
Mars	$1{,}4 \times 10^{8}$	687
Uranus	$1{,}6 \times 10^{8}$	30 708

1. *Exprime la vitesse de chaque planète sur son orbite en mètres par seconde et en kilomètres par heure.*
2. *Range ces planètes dans l'ordre décroissant de leurs vitesses.*

Chapitre 4 Nombres rationnels 1

I. Activités préparatoires :

Activité 1: *Notion de nombre rationnel*

Trois frères Ali, Ahmed et Brahim possèdent un champ de forme rectangulaire d'une superficie de 30 hectares.

Ils cultivent une superficie de 15 hectares en riz, 10 hectares en légumes et le reste en fruits.

1. *Que représente la superficie de chacune des variétés par rapport à la superficie du champ.*
2. *Après la récolte, les produits sont vendus par les trois frères au marché du village ; Ainsi :*
   - *Ahmed rapporte 1 150 000ouguiyas de la vente du riz*
   - *Ali rapporte750 000 ouguiyas de la vente des légumes*
   - *Brahim rapporte 600 000 ouguiyas de la vente des fruits*

   Ils décident de confier la comptabilité à leur cousin Moustapha commerçant au marché du village, de faire une économie 300.000 ouguiyas pour financer la prochaine campagne agricole et de partager à part égale le reste de la somme obtenue de la vente des produits.

   a. *Quelle est la somme perçue par chacun des trois frères.*

   b. *Pour tenir la comptabilité Moustapha a imaginé le tableau ci-dessous dans lequel il décide de noter avec le signe + pour une somme versée et – pour une somme retirée.*
   Complète ce tableau.

Personne	**Somme rapportée**	**Nature de l'opération à la caisse**	**Montant**	**Notation**
Ahmed	1 150 000	*Versement*	450 000	+ 450000
Ali	750 000			
Brahim	600 000	*Retrait*	100 000	

   c. *Quelles fractions représentent les sommes versées et retirées dans le tableau ci-dessus par rapport au montant total.*

Activité 2: *Egalité de fractions*

Pour ranger les morceaux d'un carton dans des tiroirs de dimensions différentes, Sidi et Fatou décident de découper en 2, 4 et 8 les cartons de forme rectangulaire

Voici le découpage du carton en 2.

1. *Représente ce carton en indiquant le découpage en 2, 4 et 8.*
2. *En s'inspirant des découpages précédents, complète :* $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \cdots$.

Que peux-tu conclure ?

Activité 3: *Simplification d'une fraction*

Pour célébrer l'anniversaire de la création du club sportif et culturel de leur collège Sidi, Amadou, Brahim et Moctar commandent un gâteau de 126cm de long et 90cm de large. Les collègues de Sidi souhaitent faire au long et large des parts identiques dont la longueur et la largeur sont des entiers. Pour ce faire, l'un d'entre eux propose de décomposer chacun des nombres 126 et 90 en produit de facteurs premiers.

1. *Détermine le nombre maximum de personnes que Sidi peut inviter sachant que chaque personne aura deux parts.*
2. *Déduis les dimensions de chaque part.*
3. *Ecris la fraction sous la forme la plus simple.*

Cette fraction est appelé ***fraction irréductible.***

Activité 4:

1. *Donne deux fractions égales à la fraction* $\frac{4}{15}$ *; puis calcule les produits en croix*
2. *Complète ce qui suit :*

$\frac{3}{11} = \frac{...}{...}$; $\frac{1}{7} = \frac{-7}{...}$; $\frac{5}{-13} = \frac{...}{39}$; $\frac{-16}{35} = \frac{...}{-280}$; $\frac{12}{...} = \frac{-5}{...}$; $\frac{...}{36} = \frac{...}{12}$; $\frac{16}{...} = \frac{...}{-34}$

Activité 5: **Fractions positives de même dénominateur**

Compare les fractions : $\frac{2}{7}$ et $\frac{5}{7}$; $\frac{5}{11}$ et $\frac{4}{11}$; $\frac{8}{13}$ et $\frac{7}{13}$*, puis formule une règle.*

Activité 6: **Fractions positives n'ayant pas le même de dénominateur**

On donne les deux fractions $\frac{4}{7}$ et $\frac{3}{5}$.

1. Détermine une fraction égale à chacune en complétant : $\frac{5}{7} = \frac{...}{35}$; $\frac{3}{5} = \frac{21}{...}$.

Compare les deux nouvelles fractions. Que peut-on dire des fractions $\frac{5}{7}$ et $\frac{3}{5}$.

2. Reprends les questions précédentes en prenant $\frac{8}{11}$ *et* $\frac{9}{13}$.

3. Formule une règle.

Activité 7: **Comparaison de deux fractions négatives de même dénominateur**

Compare les fractions : $\frac{-2}{7}$ et $\frac{-5}{7}$; $\frac{-5}{11}$ et $\frac{-4}{11}$; $\frac{8}{-13}$ et $\frac{7}{-13}$*, puis formule une règle.*

Activité 8: **Comparer deux fractions négatives n'ayant pas le même de dénominateur**

1. *On donne les deux fractions* $\frac{-5}{9}$ et $\frac{-4}{7}$
   a. *Détermine une fraction égale à chacune de ces fractions en complétant :* $\frac{-5}{9} = \frac{...}{63}$; $\frac{-4}{7} = \frac{-36}{...}$.
   b. *Compare les nouvelles fractions obtenues. Que peux- tu conclure à propos des fractions* $\frac{-5}{9}$ et $\frac{-4}{7}$ *?*
2. *On donne les deux fractions* $\frac{5}{-9}$ et $\frac{3}{-7}$
   a. *Détermine une fraction égale à chacune des fractions en complétant :*
   $\frac{5}{-9} = \frac{-35}{....}$, $\frac{3}{-7} = \frac{-27}{....}$.
   b. *Compare les deux nouvelles fractions. Que peux- tu conclure à propos des fractions* $\frac{-5}{9}$ et $\frac{3}{-7}$ *?*
3. *On donne les deux fractions* $\frac{-8}{5}$ et $\frac{12}{-7}$.
   a. *Détermine une fraction égale à chacune de ces deux fractions en complétant :*
   $\frac{-8}{5} = \frac{....}{35}$, $\frac{12}{-7} = \frac{-60}{....}$.
   b. *Compare les nouvelles fractions. Que peut-on dire des fractions* $\frac{-8}{5}$ et $\frac{12}{-7}$?
4. *Formule une règle.*

II. Je retiens :

1. Notion de fraction :

Définition:

Un nombre rationnel est le quotient d'un entier relatif par un entier relatif non nul, il s'écrit donc sous la forme $\frac{a}{b}$; avec $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$ et $b \neq 0$.

Remarque 1 :

Un rationnel est donc une fraction d'entiers relatifs.

- *L'ensemble des rationnels est noté $\mathbb{Q}$.*
- *Tous les entiers naturels, tous les entiers relatifs et tous décimaux relatifs peuvent s'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$. Ce sont donc des rationnels et on écrit : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$.*

2. Comparaison des fractions :

Régle 1 : **Egalité de Fractions**

- *Si on multiplie le numérateur et le dénominateur d'une fraction par un entier relatif non nul on obtient une autre fraction égale à la première.*
- *Si on divise le numérateur et le dénominateur d'une fraction par un entier relatif non nul on obtient une autre fraction égale à la première.*
- *Autrement dit, pour tous nombres relatifs a, b et k ; b et k non nuls, on a :*

$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$ et $\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$.

Remarque 2 :

Ceci nous permet d'obtenir différentes écritures fractionnaires d'un même nombre. On cherche alors la fraction la plus simple.

Régle 2 :

Deux fractions sont égales lorsqu'il y a égalité des produits en croix.

Autrement dit, pour tous entiers relatifs non nuls a, b, c et d, on a :

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ équivaut à $ad = bc$.

Remarque 3 :

Le signe du quotient de deux entiers relatifs $\frac{a}{b}$ est le même que le signe du produit $a \times b$.

On obtient la règle des signes :

- *Le quotient de deux nombres de même signe est positif*
- *Le quotient de deux nombres de signes contraires est négatif.*

Remarque 4 :

Si deux fractions sont de signes contraires, celle qui est positive est supérieure à celle qui est négative.

En conclusion, on peut résumer la comparaison en énonçant la règle suivante :

Régle 3 :

1. *Si deux fractions ont le même dénominateur positif, alors on les range dans le même ordre que leurs numérateurs. Autrement dit, pour tous nombres relatifs a et c et tout nombre relatif B > 0, on a :*

   $\frac{a}{B} > \frac{c}{B}$ équivaut à $a > c$

2. *Si deux fractions n'ont pas le même dénominateur positif, on cherche d'abord un dénominateur commun positif, puis on applique le 1.*

III. Je sais - faire :

Enoncés des exercices d'application :

Exercice d'application 1

Etant donné un segment [AB] *de longueur 10cm.*

1. *Place un point C du segment à* $4cm$ *de* A.
   Quelle fraction représente le segment [AC] *du segment* [AB].
2. *Place le point* D *du segment dont la distance à* A *représente* $\frac{3}{5}$ *de la longueur du segment* [AB]
3. *Place le point* E *sur* [AB] *tel que la longueur du segment* [BE] *est égale à* $\frac{3}{10}$ *de celle de* [AB]
4. *Quelle fraction de* [AB] *représente* [DE] *?*

Exercice d'application 2

1. *Donne plusieurs fractions égales à chacune des fractions :* $\frac{3}{5}$; $\frac{4}{17}$ et $\frac{-2}{5}$.
2. *Complète :* $\frac{2}{11} = \frac{6}{...}$; $\frac{13}{5} = \frac{-26}{....}$; $\frac{8}{13} = \frac{....}{65}$; $\frac{14}{16} = \frac{....}{8}$; $\frac{...}{3} = \frac{45}{....}$.

Exercice d'application 3

On donne les deux nombres 6615 *et* 13320.

1. *Décompose ces deux nombres en produits de nombres premiers.*
2. *En utilisant le résultat de la question précédente ; trouve des fractions égales à* $\frac{6615}{13320}$.
3. *Quel est le plus grand diviseur commun de ces deux nombres ?*
4. *Rends la fraction* $\frac{6615}{13320}$ *irréductible, puis donne les encadrements de cette fraction à :* 0,1 ; 0,01 ;
   0,001 *prés.*

Exercice d'application 4

1. *Complète :* $\frac{-5}{3} = \frac{....}{-6} = \frac{20}{...} = \frac{....}{-3} = \frac{45}{....}$
2. *Quelle remarque fais-tu sur les signes du dénominateur et du numérateur ?*
3. *Montre que de façon générale, si* $\frac{a}{b} = \frac{-15}{3}$ *alors a et b n'ont pas le même signe.*

Exercice d'application 5

La mère de Mohamed propose à son fils le choix suivant :

Préfère-tu les $\frac{3}{5}$ *d'un gâteau ou les* $\frac{4}{7}$ *? Aide Mohamed à se décider.*

Solutions des exercices d'application

Exercice d'application 1

Je trace avec la règle graduée un segment [AB] *de longueur 10cm.*

1. *Je marque le point C de ce segment en prenant une ouverture du compas de 4cm et en plaçant la pointe du compas en A. La fraction qui représente le segment* [AC] *du segment* [AB] *est* $\frac{4}{10}$.

2. *Je place le point D du segment en prenant une ouverture du compas de 6cm et en plaçant la pointe du compas en A, donc la distance du point D à A représente* $\frac{6}{10}$ *de la longueur du segment* [AB] *et* $\frac{6\div 2}{10\div 2} = \frac{3}{5}$
3. *Je place avec la même méthode le point E sur* [AB] *tel que la longueur du segment* [BE] *est égale à* $\frac{3}{10}$ *de celle de* [AB].
4. *Le segment* [DE] *représente une fraction égale à* $\frac{1}{10}$ *de* [AB].

Exercice d'application 2

1. *Je donne plusieurs fractions égales à chacune des fractions :* $\frac{3}{5}$; $\frac{4}{17}$ *et* $\frac{-2}{5}$.

$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{-6}{-10}$; $\frac{4}{17} = \frac{-4}{-17} = \frac{-8}{34} = \frac{12}{51}$; $\frac{-2}{5} = \frac{6}{-15} = \frac{8}{-20} = \frac{-6}{-15}$

2. *Je complète :* $\frac{2}{11} = \frac{6}{33}$; $\frac{13}{5} = \frac{-26}{-10}$; $\frac{8}{13} = \frac{40}{65}$; $\frac{14}{16} = \frac{7}{8}$; $\frac{5}{3} = \frac{45}{27}$.

Exercice d'application 3

On donne les deux nombres 6615 *et* 13320.

1. *Je décompose ces deux nombres en produits de nombres premiers :*
$6615 = 3^3 \times 5^1 \times 7^2$ *et* $13320 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1 \times 37^1$.
2. *En utilisant le résultat de la question précédente ; je trouve des fractions égales à*
$\frac{6615}{13320} : \frac{6615}{13320} = \frac{2205}{4440} = \frac{1323}{2664} = \frac{735}{1480}$.
3. *Le plus grand diviseur commun de ces deux nombres est :*
$pgcd(6615\,;\,13320) = 3^2 \times 5^1 = 45$.
4. *Je rends la fraction* $\frac{6615}{13320}$ *irréductible en divisant le numérateur et le dénominateur par*

$pgcd(6615\,;\,13320) : \frac{3^1\times 7^2}{2^3\times 37^1} = \frac{147}{296}$.

Je donne les encadrements de cette fraction

$\frac{147}{296} \cong 0{,}496$ *à* 0,1 ; 0,01 ; 0,001 *prés* $0{,}4 \leq \frac{147}{296} \leq 0{,}5$; $0{,}49 \leq \frac{147}{296} \leq 0{,}5$; $0{,}496 \leq \frac{147}{296} \leq 0{,}497$

Exercice d'application 4

1. *Je complète :* $\frac{-5}{3} = \frac{10}{-6} = \frac{20}{-12} = \frac{5}{-3} = \frac{45}{-27}$
2. *Les signes du dénominateur et celui du numérateur sont contraires nécessairement*
3. *De façon générale, si* $\frac{a}{b} = \frac{-15}{3}$ *alors a et b n'ont pas le même signe puisque la fraction est négative*

Exercice d'application 5

Les deux fractions proposées $\frac{3}{5}$ *et* $\frac{4}{7}$ *n'ont pas le même dénominateur, réduisons ces fractions au même dénominateur positif :* $\frac{3}{5} = \frac{21}{35}$ *et* $\frac{4}{7} = \frac{20}{35}$.

Or 21> 20, donc $\frac{3}{5} > \frac{4}{7}$ *; d'où Mohamed doit préférer* $\frac{3}{5}$ *du gâteau.*

IV. Je m'exercice :

Exercice 1 :

Prends les $\frac{2}{3}$ des $\frac{4}{11}$ d'une tablette de chocolat.
Quelle fraction de la tablette obtiens-tu ?

Exercice 2 :

Dans quel cas un quotient d'entiers est-il supérieur à 1 ? Inférieur à 1 ?
Donne des exemples.

Exercice 3 :

Combien les $\frac{6}{7}$ de 91 m^3 valent-ils de dm^3 ?

Exercice 4 :

Combien les $\frac{3}{4}$ de 7 dm^2 valent-ils de mm^2 ?

Exercice 5 :

Un champ rectangulaire a pour dimensions $\frac{3}{4}$ km et $\frac{5}{8}$ km. Quelle est, en mètres, la longueur de la largeur ?

1. *Calcule le périmètre du champ (en fraction de kilomètre, puis en mètres).*
2. *Calcule l'aire du champ **(en fraction de km^2 puis en fraction d'hectare et enfin en ares).***

Exercice 6 :

Dans ta classe :

- $\frac{3}{4}$ *des élèves font l'anglais ;*
- $\frac{2}{3}$ *participent au club informatique ;*
- $\frac{4}{5}$ *font l'éducation physique.*

Dans quelle activité le nombre d'élève est-il le plus grand ?

Exercice 7 :

Prend les $\frac{4}{7}$ des $\frac{2}{5}$ du nombre 105. Quelle fraction de 105 prends-tu ainsi ?

Exercice 8 :

Donne toutes les fractions égales à $\frac{24}{36}$ et ayant un dénominateur compris entre 1 et 100.

Exercice 9 :

1. *Montre que $\frac{-15}{27}$ et $\frac{-35}{63}$ représentent le même nombre.*
2. *Précise, dans les cas suivants, si les deux fractions représentent le même nombre.*
   $\frac{36}{32}$ et $\frac{-45}{-40}$; $\frac{36}{-48}$ et $\frac{28}{35}$.

Exercice 10 :

Simplifie : $\frac{4+16}{14+16}$, $\frac{30-20}{25-20}$, $\frac{8-3\times5}{1-3\times5}$.

Exercice 11 :

Simplifie : $\frac{4+6}{24+6}$, $\frac{50-2}{50-18}$, $\frac{7+3\times5}{9+6\times4}$.

Exercice 12 :

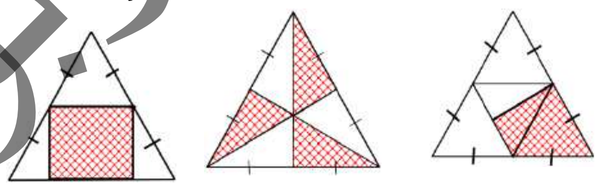
Calcule à l'aide de multiplications :
$\frac{3{,}05}{305}$, $\frac{413}{4{,}13}$, $\frac{802}{40{,}1}$, $\frac{14{,}25}{28{,}5}$, $\frac{7{,}06}{706}$, $\frac{638}{6{,}38}$, $\frac{749}{10{,}7}$.

Exercice 13 :

Ecris sous forme irréductible les fractions :
$\frac{42}{36}$, $\frac{-27}{81}$, $\frac{272}{-345}$, $\frac{-522}{-426}$.

Exercice 14 :

Dans chacun des cas suivants, l'aire de la partie hachurée est une fraction de l'aire du triangle. Donne cette fraction.



Exercice 15 :

Au cours de l'élection des délégués de classe $\frac{5}{6}$ des élèves ont voté pour Ahmed, $\frac{2}{5}$ pour Memed, $\frac{1}{3}$ pour Aichetou et $\frac{3}{10}$ pour Khadija.
Quelle sont les deux délégués élus ? Qui est le suppléant ?

Exercice 16 :

Trouve trois fractions x telles que
$$1{,}23 < x < 1{,}24$$

Exercice 17 :

Trouve l'entier □ vérifiant : $\frac{\square}{9} < \frac{7}{\square} < \frac{\square}{6}$.

Exercice 18 :

Trouve l'entier □ vérifiant : $\frac{7}{\square} < \frac{\square}{9} < \frac{\square}{6}$.

Exercice 19 :

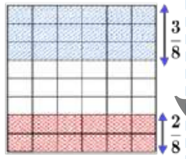
Trouve l'entier x vérifiant : $\frac{x}{9} < \frac{7}{x} < \frac{x}{6}$

Exercice20 : Trouve *plusieurs entiers x et y tels que :* $\frac{x}{7} < \frac{x}{y} < \frac{4}{y}$.

Chapitre 5 Les nombres rationnels 2

I. Activités préparatoires :

Activité 1: *Somme de fractions de même dénominateur*



Ali possède un champ de forme rectangulaire comme l'indique la figure ci-contre.

Il cultive $\frac{2}{8}$ de la superficie en tomates et $\frac{3}{8}$ de superficie avec les carottes.

Que représente la superficie mise en valeur par Ali ?

Activité 2: *Somme de fractions de dénominateurs différents*

On donne les deux fractions suivantes : $\frac{3}{8}$ et $\frac{4}{15}$.

1. *Complète :* $\frac{3}{8} = \frac{45}{...}$; $\frac{4}{15} = \frac{....}{120}$.
2. *Calcule* $\frac{45}{120} + \frac{32}{120} = ...$ *Que représente ce résultat pour* $\frac{3}{8}$ et $\frac{4}{15}$?
3. *Reprends les questions précédentes en prenant les deux fractions suivantes :* $\frac{13}{-7}$ et $\frac{16}{-9}$.

Activité 3: *Opposé d'une fraction*

1. *Calcule* $\frac{5}{7} + \frac{-5}{7}$; $\frac{8}{-11} + \frac{8}{11}$; $\frac{-23}{59} + \frac{23}{59}$; $\frac{13}{-11} + \frac{-13}{11}$; $\frac{17}{24} + \frac{17}{-24}$.
2. *Vérifie que ces sommes sont nulles. Que peux-tu conclure ?*

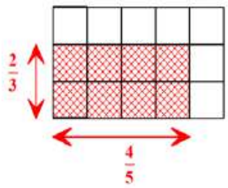
Activité 4: *Soustraction des fractions*

Aminata mère de deux enfants a une tablette de chocolat de 9 barres.

Elle donne 2 barres à chacun. Elle garde ainsi $\frac{5}{9}$ de la tablette ; elle mange $\frac{2}{9}$ de ce qu'elle a gardé.

Ecris le reste de cette tablette sous forme d'une fraction.

Activité 5: *Multiplication des fractions*



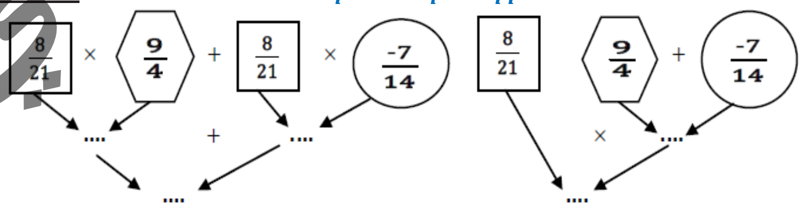
Reproduis le dessin ci-contre et hachure le rectangle de dimensions $\frac{4}{5}$ et $\frac{2}{3}$

1. *Combien y-a-t-il de petits carreaux dans le grand rectangle ? Dans le rectangle hachuré ?*
2. *Quelle fraction de l'aire du grand rectangle représente l'aire du rectangle hachuré ?*
3. *Formule la règle du produit de deux fractions.*

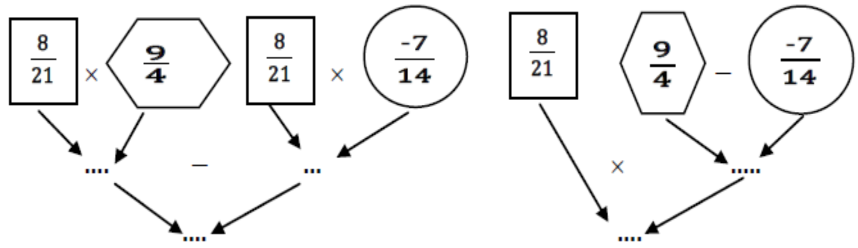
Activité 6: *Distributivité de la multiplication*

Calcule et compare les résultats deux programmes dans les deux cas suivants :

1er cas : *Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition*



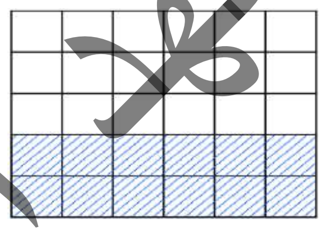
2ème cas : *Distributivité de la multiplication par rapport à la soustraction*



Activité 7: *Division des fractions*

Sidi possède une petite tablette de chocolat de 5 barres de 6 morceaux rectangulaires chacune (voir figure ci-contre).

Il mange deux barres. Rejoint chez-lui par son ami Moussa, il décidé de partager à part égale le reste de la tablette.



1. *Quelle fraction représente le reste de la tablette de Sidi avant le partage.*
2. *Quelle fraction représente de part de Moussa suite au partage du reste de la tablette.*

Activité 8: *Puissances d'exposants entiers relatifs d'un rationnel*

En utilisant une méthode analogue à celle adoptée pour présenter les puissances d'un décimal relatif, réponds aux questions suivantes :

1. *Complète puis compare les résultats des calculs dans chacun des cas :*

   a. $\left(\frac{5}{7}\right)^4 = \frac{5}{7}\times\frac{5}{7}\times\frac{5}{7}\times\frac{5}{7} = ...$ et $\frac{5^4}{7^4} = ...$ b. $\left(\frac{4}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{4}{3}\right)^2} = ...$et $\left(\frac{3^2}{4^2}\right)$.

2. Calcule $\left(\frac{-1}{4}\right)^3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^3$ puis $\left(\frac{(-1)\times 2}{4\times 5}\right)^3$.Compare les résultats.
3. Calcule $\left(\left(\frac{2}{5}\right)^3\right)^2$ puis $\left(\frac{2}{5}\right)^6$. Compare les résultats.
4. Calcule $\frac{\left(\frac{2}{5}\right)^6}{\left(\frac{2}{5}\right)^4}$ puis $\left(\frac{2}{5}\right)^2$. Compare les résultats.

II. Je retiens :

1. Somme de deux fractions de même dénominateur :

Régle 1 :
La somme de deux fractions de même dénominateur est une fraction ayant le même dénominateur et dont le numérateur est la somme des numérateurs $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$, $(b \neq 0)$

Exemple1: $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{5}{7}$.

2. Somme de deux fractions n'ayant pas le même dénominateur :

Régle 2 :
Pour additionner deux fractions de dénominateurs différents on les réduit au même dénominateur et on additionne leurs nouveaux numérateurs. On écrit :

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}+\frac{bc}{bd}=\frac{ad+bc}{bd}, (bd \neq 0)$$

Remarque 1 :
Pour réduire au même dénominateur, on pourra également utiliser le plus petit multiple commun des dénominateurs positifs au lieu de leur produit.

Exemple2: *Calculons* $\frac{5}{6}+\frac{7}{8}$. *Le plus petit commun multiple de 6 et 8 est 24.*

$\frac{5}{6}=\frac{5\times4}{6\times4}=\frac{20}{24}$ *et* $\frac{7}{8}=\frac{7\times3}{8\times3}=\frac{21}{24}$. *Donc* $\frac{5}{6}+\frac{7}{8}=\frac{20}{24}+\frac{21}{24}=\frac{41}{24}$.

3. Opposé d'une fraction :

L'opposé de la fraction $\frac{a}{b}$ *est égal à la fraction* $\frac{-a}{b}$ *et aussi* $\frac{a}{-b}$, *on le note* $opp\left(\frac{a}{b}\right)$ *et également* $-\frac{a}{b}$.

On écrit : $opp\left(\frac{a}{b}\right)=-\frac{a}{b}=\frac{-a}{b}=\frac{a}{-b}$.

Remarque 2 :
La notation $-\frac{a}{b}$ *permettra d'uniformiser l'écriture des rationnels négatifs. Ainsi par exemple les fractions* $\frac{-5}{7}$ *et* $\frac{8}{-11}$ *seront notées respectivement* $-\frac{5}{7}$ *et* $-\frac{8}{11}$. *Par conséquence, les règles de comparaison vues précédemment peuvent être reformulées de manière plus simple.*

4. Soustraction des fractions :

Régle 3 :
La différence entre deux fractions de même dénominateur est une fraction de même dénominateur dont le numérateur est la différence des numérateurs.

Remarque 3 :
Pour soustraire une fraction, fraction d'une autre, on ajoute l'opposé de la deuxième.
De façon générale, comme avec les décimaux relatifs, nous admettons :

Régle 4 :
Pour soustraire une fraction, on ajoute l'opposé. On écrit :

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a}{b}+\frac{opp(c)}{d}=\frac{a}{b}+\frac{-c}{d}=\frac{a}{b}+\left(-\frac{c}{d}\right) \ (a,b,c,d \text{ des entiers relatifs et } bd \neq 0)$$

Exemple3:

$\frac{4}{5}-\frac{1}{5}=\frac{4-1}{5}=\frac{3}{5}$. $\frac{5}{9}-\frac{2}{7}=\frac{5}{9}+(\frac{-2}{7})=\frac{5\times7}{9\times7}+\frac{-2\times9}{9\times7}=\frac{35}{63}+\frac{-18}{63}=\frac{35-18}{63}$, *d'où :* $\frac{5}{9}-\frac{2}{7}=\frac{17}{63}$.

Remarque 4 :

Dans la pratique on utilise souvent la formule : $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}-\frac{bc}{bd}=\frac{ad-bc}{bd}$, $bd\neq0$.

5. Multiplication des fractions :

Régle 5 :

Le produit de deux fractions est une fraction ayant pour numérateur le produit des numérateurs et pour dénominateur le produit des dénominateurs.

On écrit : $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$, $(b\neq0 \text{ et } d\neq0)$

Remarque 5 :

Si a et b deux entiers relatifs non nuls, on a : $\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=\frac{ab}{ba}=1$. On dit que $\frac{b}{a}$ est l'inverse de $\frac{a}{b}$.

Exemple 4: $\frac{12}{25}\times\frac{6}{5}=\frac{12\times6}{25\times5}=\frac{72}{125}$.

6. Distributivité de la multiplication :

Régle 6 : Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition

Le produit d'une somme de deux fractions par une troisième est égal à la somme des produits de chaque terme de la somme par cette fraction.

On dit que la multiplication est distributive par rapport à l'addition.

On écrit : $\frac{a}{b}\times\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)=\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}+\frac{a}{b}\times\frac{e}{f}$, $(b\neq0, d\neq0 \text{ et } f\neq0)$

Exemple 5:

$\frac{3}{4}(\frac{2}{5}+\frac{1}{7})=\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}+\frac{3}{4}\times\frac{1}{7}=\frac{6}{20}+\frac{3}{28}=\frac{3}{10}+\frac{3}{28}=\frac{3\times28+3\times10}{10\times28}=\frac{114}{280}=\frac{57}{140}$.

Régle 7 : Distributivité de la multiplication par rapport à la soustraction

Le produit d'une différence de deux fractions par une troisième est égal à la différence des produits de chaque terme de la différence par cette fraction.

On dit que la multiplication est distributive par rapport à la soustraction.

On écrit : $\frac{a}{b}\times\left(\frac{c}{d}-\frac{e}{f}\right)=\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}-\frac{a}{b}\times\frac{e}{f}$, $(b\neq0, d\neq0 \text{ et } f\neq0)$

7. Division des fractions :

Régle 8 :

Diviser une fraction $\frac{a}{b}$ $(b\neq0)$ par un entier c non nul, c'est la multipliée par l'inverse de cet entier.

On écrit : $\frac{\frac{a}{b}}{c}=\frac{a}{b}\times\frac{1}{c}=\frac{a}{bc}$

De façon générale nous admettons :

Régle 9 :

Pour diviser une fraction $\frac{a}{b}$ par une fraction $\frac{c}{d}$ non nulle, on multiplie la fraction $\frac{a}{b}$ par l'inverse de $\frac{c}{d}$.

On écrit : $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$ ou encore $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$;

où a, b, c, d étant des entiers relatifs non nuls.

Exemple 6:

$\frac{3}{7}\div\frac{2}{5}=\frac{3}{7}\times\frac{5}{2}=\frac{15}{14}$.

III. Je sais - faire :

Enoncés des exercices d'application :

Exercice d'application 1

Calcule : $\frac{2}{13}+\frac{15}{13}$; $\frac{-11}{24}+\frac{9}{24}$; $\frac{17}{-6}+\frac{31}{-6}$; $\frac{1}{12}+\frac{13}{12}$; $\frac{23}{-49}+\frac{17}{-49}$.

Exercice d'application 2

Calcule :

$\frac{2}{11}+\frac{15}{13}$; $\frac{-11}{8}+\frac{13}{24}$; $\frac{7}{-5}+\frac{7}{-6}$; $\frac{1}{8}+\frac{13}{7}$; $\frac{23}{-9}+\frac{17}{-7}$.

Exercice d'application 3

1. Quels sont les opposés de : $\frac{-3}{4}$, $\frac{5}{-7}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{-41}{-51}$
2. Calcule opp $\left(\frac{3}{5}+\frac{-8}{11}\right)$ et opp $\left(\frac{3}{5}\right)$ + opp $\left(\frac{-8}{11}\right)$
3. Choisis deux fractions et calcule leur somme, l'opposé de cette somme et la somme des opposés. Formule une règle.

Exercice d'application 4

Calcule :

$\frac{82}{9}-\frac{41}{9}$; $\frac{17}{29}-\frac{57}{29}$; $\frac{-25}{17}-\frac{9}{17}$; $\frac{37}{-12}-\frac{43}{-12}$; $\frac{82}{9}+opp\left(\frac{41}{9}\right)$; $\frac{17}{29}+opp\left(\frac{57}{29}\right)$; $\frac{-25}{17}+opp\left(\frac{9}{17}\right)$.

Exercice d'application 5

1. Calcule les différences : $\frac{-3}{4}-\frac{5}{7}$, $\frac{9}{10}-\frac{-41}{15}$, $\frac{3}{-4}-\frac{-5}{7}$, $\frac{-9}{13}-\frac{-41}{15}$
2. Calcule $\text{opp}\left(\frac{3}{5}-\frac{-8}{11}\right)$, $\text{opp}\left(\frac{3}{5}\right)-\text{opp}\left(\frac{-8}{11}\right)$.

Exercice d'application 6

1. Calcule $\frac{5}{7}\times\frac{-3}{4}$, $\frac{-3}{4}\times\frac{5}{7}$, compare les résultats et conclus.
2. Calcule $\frac{-5}{7}\times 1$, $\frac{8}{13}\times 1$. Que peut-on dire ?
3. Calcule $\left(\frac{-3}{4}\times\frac{8}{9}\right)\times\frac{5}{-7}$, $\frac{-3}{4}\times\left(\frac{8}{9}\times\frac{5}{9}\right)$.
4. Calcule $\frac{5}{7}\times\frac{7}{5}$, $\frac{-3}{4}\times\frac{4}{-3}$.

Exercice d'application 7

1. Calcule de deux manières différentes les expressions suivantes :

$$a=\frac{-3}{5}\times\left(\frac{2}{3}+\frac{-1}{4}\right),\ b=\frac{4}{7}\times\left(\frac{-9}{8}+\frac{7}{2}\right),\ c=\frac{-2}{9}\times\left(1-\frac{-6}{10}\right),\ d=\left(\frac{-41}{23}-\frac{7}{3}\right)\times\left(\frac{-1}{3}\right)$$

2. Même question avec les expressions suivantes :

$$x=\frac{1}{4}\times\left(\frac{-2}{3}\right)+\frac{1}{4}\times\left(\frac{3}{-5}\right)\ ;\ y=\frac{-3}{5}\times\frac{7}{-4}+\frac{-3}{5}\times\frac{-5}{6}\ ;\ z=\frac{2}{7}\times\frac{-1}{5}-\frac{-2}{-7}\times\frac{2}{3}\ ;\ t=\frac{5}{4}\times\frac{2}{-7}-\frac{4}{9}\times\frac{5}{4}.$$

Exercice d'application 8

Calcule :

$$\frac{1}{2}\div\frac{2}{-5}\ ;\ \frac{3}{4}\div\left(1+\frac{1}{2}\right);\ \frac{-5}{9}\div\frac{3}{-8};\ \frac{3-\frac{5}{7}+\frac{1}{2}}{3+\frac{5}{7}-\frac{1}{2}}\ ;\ \frac{2-\left(\frac{5}{4}\div\left(\frac{2}{3}+1\right)\right)}{\left(8-\frac{1}{2}\right)\times\left(8\div\frac{2}{5}\right)}.$$

Solutions des exercices d'application

Exercice d'application 1

$$\frac{2}{13}+\frac{15}{13}=\frac{2+15}{13}=\frac{17}{13}\ .\ \frac{-11}{24}+\frac{9}{24}=\frac{-11+9}{24}=\frac{-2}{24}=\frac{-1}{12}\ .$$

$$\frac{17}{-6}+\frac{31}{-6}=\frac{48}{-6}=-8.\ \frac{1}{12}+\frac{13}{12}=\frac{1+13}{12}=\frac{14}{12}=\frac{7}{6}.\ \frac{13}{-49}+\frac{17}{-49}=\frac{30}{-49}=\frac{-30}{49}\ .$$

Exercice d'application 2

$$\frac{2}{11}+\frac{15}{13}=\frac{2\times13+1\times11}{11\times13}=\frac{37}{143}.\ \frac{-11}{8}+\frac{13}{24}=\frac{-33}{24}+\frac{13}{24}=\frac{-20}{24}=\frac{-5}{6}.$$

$$\frac{7}{-5}+\frac{7}{-6}=\frac{7\times(-6)+7\times(-5)}{(-5)\times(-6)}=\frac{-77}{30}.\quad \frac{1}{8}+\frac{13}{7}=\frac{1\times7+8\times13}{8\times7}=\frac{111}{56}.$$

$$\frac{23}{-9}+\frac{17}{-7}=\frac{23\times(-7)+17\times(-9)}{(-9)\times(-7)}=\frac{-314}{63}.$$

Exercice d'application 3

1. $opp\left(\frac{-3}{4}\right)=\frac{3}{4}.\ opp\left(\frac{5}{-7}\right)=\frac{5}{7}.\ opp\left(\frac{9}{10}\right)=\frac{-9}{10}.\ opp\left(\frac{-41}{-51}\right)=\frac{-41}{51}.$

2. $opp\left(\frac{3}{5}+\frac{-8}{11}\right)=opp\left(\frac{-7}{55}\right)=\frac{7}{55}.\ opp\left(\frac{3}{5}\right)+opp\left(\frac{-8}{11}\right)=\frac{-3}{5}+\frac{8}{11}=\frac{7}{55}.$

3. *Je conclus que :* $opp\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)=opp\left(\frac{a}{b}\right)+opp\left(\frac{c}{d}\right).$

Exercice d'application 4

$$\frac{82}{9}-\frac{41}{9}=\frac{82}{9}+\frac{-41}{9}=\frac{41}{9}.\ \frac{17}{29}-\frac{57}{29}=\frac{-40}{29}\ .\ \frac{-9}{17}-\frac{25}{17}=\frac{-34}{17}=-2.\ \frac{37}{-12}+\frac{43}{-12}=-\frac{1}{2}.$$

$$\frac{82}{9}+opp\left(\frac{41}{9}\right)=\frac{41}{9}.\ \frac{17}{29}+opp\left(\frac{57}{29}\right)=\frac{-40}{29}\ .\ \frac{-25}{17}+opp\left(\frac{9}{17}\right)=-2.$$

Exercice d'application 5

1. $\frac{-3}{4}-\frac{5}{7}=\frac{-21-20}{28}=\frac{-41}{28}.\ \frac{9}{10}-\frac{41}{15}=\frac{-11}{6}.\ \frac{3}{-4}-\frac{-5}{7}=\frac{-1}{28}\ .$

   $\frac{-9}{13}-\frac{-41}{15}=\frac{338}{195}\ .$

2. $opp\left(\frac{3}{5}-\frac{-8}{15}\right)=\frac{-3}{5}+\frac{-8}{15}=\frac{-17}{15}.\ opp\left(\frac{3}{5}\right)-opp\left(\frac{-8}{11}\right)=\frac{-3}{5}-\frac{8}{15}=\frac{-17}{15}.$

Exercice d'application 6

1. $\frac{5}{7}\times\frac{-3}{4}=\frac{-15}{28}\ .\ \frac{-3}{4}\times\frac{5}{7}=\frac{-15}{28}.$

   La multiplication des nombres rationnels est commutative.

2. $\frac{-5}{7}\times1=\frac{-5}{7}.\ \frac{8}{13}\times1=\frac{8}{13}.$

   Le produit d'un nombre rationnel par 1 est le nombre lui-même.

3. $\left(\frac{-3}{4}\times\frac{8}{9}\right)\times\frac{5}{-7}=\frac{-24}{36}\times\frac{-5}{7}=\frac{-2}{3}\times\frac{-5}{7}=\frac{10}{21}.$

$\frac{-3}{4}\times\left(\frac{8}{9}\times\frac{5}{9}\right)=\frac{-3}{4}\times\frac{40}{81}=\frac{-10}{27}.$

La multiplication des nombres rationnels est associative.

4. $\frac{5}{7}\times\frac{7}{5}=1.\ \frac{-3}{4}\times\frac{4}{-3}=1$. *L'inverse d'u rationnel non nul* $\frac{a}{b}$ *est* $\frac{b}{a}$.

Exercice d'application 7

1. $a=\frac{-3}{5}\times\left(\frac{2}{3}+\frac{-1}{4}\right)=\frac{-3}{5}\times\frac{8-3}{12}=\frac{-3}{5}\times\frac{5}{12}=\frac{-1}{4}$;

$=\frac{-3}{5}\times\frac{2}{3}-\frac{3}{5}\times\frac{-1}{4}=\frac{-1}{4}.$

Fais de même pour les autres.

2. $x=\frac{1}{4}\times\frac{-2}{3}+\frac{1}{4}\times\frac{3}{-5}=\frac{-2}{12}-\frac{3}{20}=\frac{-10}{60}-\frac{9}{60}=\frac{-19}{60}.$

$=\frac{1}{4}\times\left(\frac{-2}{3}+\frac{3}{-5}\right)=\frac{1}{4}\times\frac{-19}{15}=\frac{-19}{60}.$

Fais de même pour les autres.

Exercice d'application 8

Je calcule les expressions suivantes :

$\frac{1}{2}\div\frac{2}{-5}=\frac{1}{2}\times\frac{-5}{2}=\frac{-5}{4}.$ $\frac{3}{4}\div\left(1+\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{2}.$

$\frac{-5}{9}\div\frac{-3}{8}=\frac{-5}{9}\times\frac{-8}{3}=\frac{40}{27}.$ $\frac{5-\frac{5}{7}+\frac{1}{2}}{3+\frac{5}{7}-\frac{1}{2}}=\frac{\frac{30}{7}+\frac{1}{2}}{\frac{26}{7}-\frac{1}{2}}=\frac{\frac{67}{14}}{\frac{45}{14}}=\frac{67}{45}.$

$$\frac{2-\left(\frac{5}{4}\div\left(\frac{2}{3}+1\right)\right)}{\left(8-\frac{1}{2}\right)\times\left(8\div\frac{2}{5}\right)}=\frac{2-\left(\frac{5}{4}\div\frac{5}{3}\right)}{\frac{15}{2}\times8\times\frac{5}{2}}=\frac{2-\left(\frac{5}{4}\times\frac{3}{5}\right)}{\frac{15}{2}\times8\times\frac{5}{2}}\frac{2-\frac{3}{4}}{150}=\frac{1}{120}.$$

IV. Je m'exercice :

Exercice 1 :

Complète le tableau :

1°Fraction	$\frac{7}{25}$	$\frac{5}{24}$	....	$\frac{14}{5}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{2}{3}$
2°Fraction	$\frac{4}{5}$	....	$\frac{4}{6}$	$\frac{13}{20}$	$\frac{21}{16}$	....
Somme des deux fractions	....	$\frac{1}{3}$	$\frac{11}{3}$	....	....	$\frac{13}{18}$

Exercice 2 :

Complète le tableau

a	$\frac{7}{25}$	....	$\frac{4}{5}$	$\frac{9}{14}$	$\frac{5}{4}$	...
b	$\frac{4}{25}$	$\frac{4}{31}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{5}$
$a+b=$	....	$\frac{11}{31}$	....	....	....	$\frac{11}{5}$

Exercice 3 :

Remplace les □ par une fraction :

$\frac{2}{7} + \square = \frac{9}{7}$, $\square + \frac{5}{11} = \frac{13}{11}$, $\frac{3}{36} + \frac{6}{36} = \square$, $2 + \frac{3}{4} = \square$

Exercice 4 :

Voici les premiers termes d'une suite de fractions : $\frac{9}{64}, \frac{7}{64}, \frac{5}{64}$.

Un terme est obtenu en ajoutant $\frac{-1}{32}$ *au précédent.*

1. *Ecris les 4ème, 8ème et 10ème termes.*
2. *Additionne les dix fractions obtenues.*

Exercice 5 :

Simplifie l'écriture de :

$\frac{1234567891}{10000} + \frac{8765432109}{10000}$.

Exercice 6 :

Remplace les carrés par une fraction :

$\frac{7}{12} - \frac{5}{12} = \square$, $3 - \frac{3}{4} = \square$, $\frac{9}{10} - \quad = \frac{3}{10}$,

$\square - \frac{7}{13} = \frac{15}{13}$.

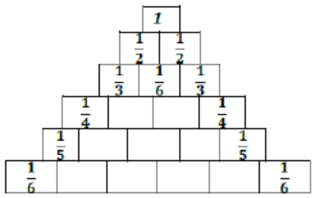
Exercice 7 :

Les inverses des entiers naturels sont inscrits sur les bords.

Une fraction est égale à la somme des 2 fractions situées juste au-dessous.

Exemple : $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$.

Complète le triangle jusqu'à la 9° ligne.



Exercice 8 :

Réponds par Vrai ou faux à chacune des égalités.

$\frac{1}{1\times 2} = 1 - \frac{1}{2}$;

$\frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} = 1 - \frac{1}{3}$;

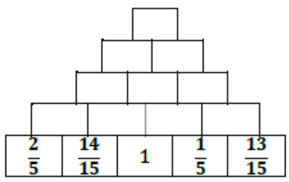
$\frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \frac{1}{3\times 4} = 1 - \frac{1}{4}$;

$\frac{1}{1\times2} + \frac{1}{2\times3} + \frac{1}{3\times4} + \frac{1}{4\times5} = 1 - \frac{1}{5}$.

Exercice 9 :

Il s'agit de placer les 15 fractions $\frac{1}{15}$; $\frac{2}{15}$; $\frac{3}{15}$; …..; $\frac{15}{15}$ *sur la pyramide en respectant la règle suivante :*

Chaque fraction manquante est égale à la différence de celles qui la soutiennent juste en-dessous (la plus grande moins la plus petite)



Attention ! Certaines fractions sont simplifiées.

Exercice 10 :

Sur une cassette de 60 mn, les $\frac{7}{12}$ *de la face A et les* $\frac{2}{5}$ *de la face B ont été enregistrés.*

Sur chaque face, combien reste-t-il de temps pour d'autres enregistrements ?

Exercice 11 :

Compète le tableau, lorsque c'est possible, simplifie le résultat.

×	3	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{2}$
4	12					
$\frac{2}{3}$						
$\frac{6}{7}$						

Exercice 12 :

Complète le tableau suivant :

×	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{4}{2}$
$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{8}$			
$\frac{1}{2}$				
$\frac{3}{5}$				
$\frac{1}{4}$				

Exercice 13 :

Donne des écritures de $\frac{-27}{8}$ *montrant que :*

- $\frac{-27}{8}$ *est le produit de 2 fractions*
- $\frac{-27}{8}$ *est le quotient de 2 fractions*
- $\frac{-27}{8}$ *est le produit de 3 fractions égales*
- $\frac{-27}{8}$ *est un nombre décimal*

Exercice 14 :

Calcule les produits :

$A = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \ldots.\times \frac{98}{99} \times \frac{99}{100}$

$B = (1 - \frac{1}{7})(1 - \frac{2}{7})(1 - \frac{3}{7}) \times \ldots.\times (1 - \frac{10}{7})$.

Exercice 15 :

La longueur et la largeur d'un rectangle ont été multipliées respectivement par $\frac{4}{3}$ *et* $\frac{3}{5}$.

1. *Par quel nombre a été multipliée l'aire du rectangle initial ? (donne le résultat sous forme de fraction).*
2. *Par quelle fraction a été multiplié le périmètre sachant que le rectangle initial mesurait4 cm sur 2 cm.*

Exercice 16 :

Calcule et donne le résultat sou forme de fraction simple :

A. $\frac{6}{7} \div 2$; $\frac{3}{2} \div 9$; $\frac{7}{6} \div 49$;

B. $2 \div \frac{3}{7}$; $3 \div \frac{6}{5}$; $10 \div \frac{5}{7}$

C. $\frac{6}{7} \div \frac{3}{7}$; $\frac{7}{6} \div \frac{7}{3}$; $\frac{3}{2} \div \frac{5}{7}$.

Exercice 17 :

Dans une classe de $2^{ème}$ *AS, les quatre septièmes des élèves sont des filles.*
Le tiers des garçons et les trois huitièmes des filles ont une taille supérieure à 1,5 m .
Détermine la fraction des élèves qui mesurent plus de 1,5 m *par rapport au nombre total des élèves.*

Exercice 18 :

On a mangé les cinq douzièmes du gâteau à midi et trois quarts du reste le soir.
Quelle fraction du gâteau reste-t-elle ?

Exercice 19 :

1. *Donne une seule écriture fractionnaire*

$$\frac{\frac{9}{11} - \frac{2}{11}}{5} \; ; \; \frac{4}{\frac{17}{6} - \frac{1}{3}} \; ; \; 9 - \frac{\frac{3}{10}}{7} - \frac{\frac{3}{10}}{7}.$$

2. *Donne une seule écriture fractionnaire, après avoir indiqué, s'il y a lieu, les valeurs interdites pour x :*

$$\frac{1}{(9+x)} + \frac{1}{(8+x)} ; \; \frac{1}{(x-7)} + \frac{1}{(9+x)} ;$$

$$\frac{1}{(5-x)} + \frac{1}{(x-6)} ; \; \frac{1}{(3-x)} - \frac{1}{(x-2)}$$

Exercice 20 :

Calcule le produit xy *puis la somme* $x + y$ *dans les cas suivants :*

$x = \frac{7}{3}$ *et* $y = \frac{7}{14}$; $x = \frac{5}{3}$ *et* $y = \frac{5}{2}$;

$x = \frac{13}{9}$ *et* $y = \frac{13}{14}$.

Que remarque-t-on ?
Donne deux autres fractions ayant cette propriété.

Chapitre 5 Les nombres rationnels 2

Exercice 21 :

1. Donne tous les diviseurs à 60 et 45.
   On dit qu'une fraction est irréductible si le numérateur et le dénominateur n'ont que 1 comme diviseur commun.
2. Indique les fractions irréductibles parmi :
   $\frac{4}{6}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{45}{60}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{21}{91}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{50}{200}$; $\frac{13}{8}$; $\frac{64}{27}$.
3. Simplifie les autres fractions.
4. Donne cinq fractions irréductibles comprises entre 2 et 3.

Exercice 22 : Gestion du budget familial

Une famille a prévu pour le mois de Ramadan un budget quotidien destiné à couvrir leurs besoins de nourriture comme l'indique le tableau suivant :

Désignation	Coûts en MRU	Fraction du budget correspondant
Petit déjeuner pour les enfants	124	
Déjeuner des enfants	125	
Repas de coupure (leftour)	435	
Dîner	233	
Souhour	107	
Boissons et Thé	76	
Total		

1. Complète ce tableau.
2. De quelle somme d'argent, cette famille a besoin pour satisfaire les dépenses en nourriture durant le mois de ramadan (30 jours) ?

Exercice 23 : La zekatt de l'or

Après quelques mois de travail dans les zones d'extraction de l'or, un homme a pu en collecter 540 grammes.

1. Calcule la quantité de l'or donnée sous forme de ZEKATE sachant que le taux est $\frac{1}{40}$ (à donner immédiatement)
2. Cet homme a vendu le reste à 2250 MRU le gramme. Le tiers du montant a été utilisé pour payer des dettes et le reste du montant restant pour des commerces.
   Calcule le montant de la ZEKATE, correspondant à ce bien, qu'il doit donner, après un an, sachant que le taux est le quart de dixième (on suppose qu'il n'y a pas eu de perte)

Exercice 24 : Héritage

Un homme est décédé laissant derrière lui une famille composée de :
2 fils, 3 filles et une épouse. Ses biens sont constitués de : 112 camelins,
280 bovins, 672 ovins, 2 maisons, 3 terrains, 2 palmeraies et une somme de 162.400 MRU. Selon les règles de la charia islamique en matière d'héritage :

- L'épouse a le huitième de l'héritage
- Les fils et les filles se partageront le reste de sorte que la part d'un fils soit le double de celle d'une fille.

1. Exprime sous forme de fraction la part qui revient à chaque héritier.
2. Procède au partage du bétail en reproduisant sur ta feuille et en complétant le tableau suivant :

	L'épouse	Un fils	Les 2 fils	Une fille	Les 3 filles
Fraction revenant à :					
Camelins					
Ovins					
Bovins					

L'évaluation financière des autres biens est consignée dans le tableau :

Foncier	**Une maison**	**Une palmeraie**	**Un terrain**
Valeur estimée	**448 000**	**112 000**	**280 000**

Quelle somme doit percevoir chaque héritier ?

Exercice 25 : budget familial au quotidien

Une famille a prévu un budget quotidien destiné à couvrir leurs besoins de nourriture comme l'indique le tableau suivant :

Désignation	**Coûts en MRU**	**Fraction du budget correspondant**
Petit déjeuner pour la famille	180	
Déjeuner des enfants	235	
Déjeuner des parents (au retour du lieu de travail)	125	
Dîner pour la famille	240	
Boissons et Thé	120	
Total		

1. Complète ce tableau.
2. De quelle somme d'argent, cette famille a besoin pour satisfaire les dépenses en nourriture durant un mois (de 30 jours) ?

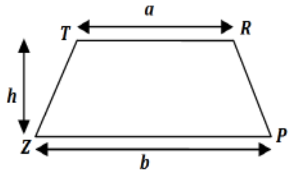
Chapitre 6 Calcul littéral

I. Activités préparatoires :

Activité 1: *Expression littérale*

1. *En s'appayant sur la figure ci-dessous, exprime l'aire du trapèze TRPZ dont les bases et la hauteur mesurent respectivement a, b et h.*
2. *Complète le tableu suivant, en remplaçant a, b et h par leurs valeursnumériques dans les cas suivants :*

a	1,2	1,5	1,8	2	3
b	1,3	1,8	2	3	3,5
h	1	1	1	1,5	1,2
$\mathcal{A}$					



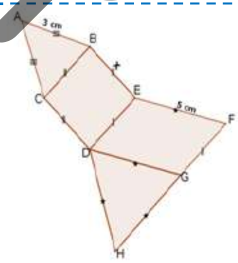
3. a. *Soit $a = x$, $b = 3$ et $h = 4{,}25$. Donne l'expression de $\mathcal{A}$ en fonction de x.*
   b. *Soit $h = y$, $a = 1{,}2$ et $b = 3$. Donne l'expression de $\mathcal{A}$ en fonction de y.*

Activité 2: **Réduire une expression algébrique**

On donne la figure ci-contre

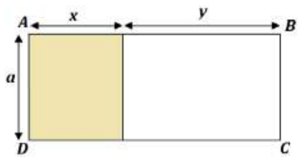
Sachant $AB = 3cm$, $EF = 5cm$ et que x désigne la longueur du côté du carré BCDE et $\mathcal{P}$ le périmètre du polygone ABEFGHDC.

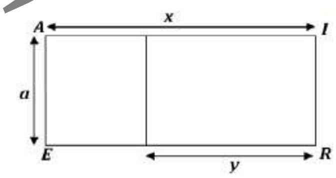
Trouve l'expression de $\mathcal{P}$ en remplaçant les longueurs AB, BE, EF, FG, GH, HD, DC et CA ; par leurs valeurs. Réduis cette expression.



Activité 3:

On donne les deux figures suivantes :

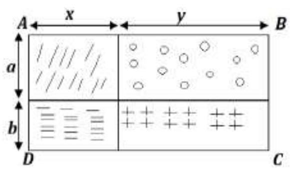




1. *Etablis une égalité en calculant de deux façons l'aire du rectangle ABCD ;*
2. *Etablis une égalité en calculant de deux façons l'aire du rectangle AIRE.*

Activité 4: *Développer le produit* $(a + b)(x + y)$

Etablis une égalité en calculant de deux façons différentes l'aire du rectangle ABCD.



Activité 5: **(Factorisation d'une somme par mise en évidence d'un facteur commun)**

Factorise les expressions suivantes :

$15x + 5y =$ $28a - 7b =$ $7t^2 - 6t =$

II. Je retiens :

1. Notion d'expression littéral :

Régle 1 :

- Un expression algébrique qui contient une ou plusieurs lettres est appelée expression litterale.
- Pour obtenir la valeur numérique d'une expression litterale, on remplace ses lettres par des nombres donnés.

Remarque 1 :

Un produit $a \times x$ est noté ax

2. Reduction d'une expression littérale :

Régle 2 :

Réduire une expression c'est la transformer en une somme ayant moins de termes.

Régle 3 :

Pour reduire une expression littérale par supression des parenthèses, on utilise les formules suivantes :Pour tous a, b et c décimaux relatifs on a :

$a+(b+c)=a+b+c$ $\quad$ $a-(b+c)=a-b-c$

$a-(b-c)=a-b+c$ $\quad$ $a+(b-c)=a+b-c$

Remarque 1 : Règle de calcul

On rappelle les règles suivantes :

$(-a)\times b=-ab$; $a\times(-b)=-ab$; $(-a)\times(-b)=ab$; $-(-ab)=ab$; $-\big(a\times(-b)\big)=ab$.

Exemple 1:

- $(-2a)\times(4b)=(-2\times 3)\times(ab)=-6ab$
- $(5a)\times(0{,}4b)=(0{,}4\times 5)\times(ab)=2ab$
- $(0{,}05x)\times(100y)=(0{,}05\times 100)=5xy$.

3. Développer les produits a.(x+y) et a.(x-y) :

Propriétés 1: Distributivité simple

Pour tous a, x et y des nombres relatifs :

$a(x+y) \underset{\xleftarrow{factoriser}}{\overset{\xrightarrow{developper}}{=}} ax+ay$ et $a(x-y) \underset{\xleftarrow{factoriser}}{\overset{\xrightarrow{developper}}{=}} ax-ay$

Remarque 1 :

- Les produits $a.(x+y)$ et $a.(x-y)$ sont notés simplement dans l'ordre $a(x+y)$ et $a(x-y)$
- Le produit $(a+b)\times(x+y)$ est noté $(a+b)(x+y)$
- Par une méthode analogue à celle de l'activité 4, on développera les produits : $(a+b)(x-y)$, $(a-b)(x+y)$ et $(a-b)(x-y)$

4. Formules dela double distributivité :

Propriétés 2:

Etant donnés a, b, x et y les nombres relatifs on a les formules suivantes :

$(a+b)(x+y)=ax+ay+bx+by$;

$(a+b)(x-y)=ax-ay+bx-by$;

$(a-b)(x+y)=ax+ay-bx-by$;

$(a-b)(x-y)=ax-ay-bx+by$.

5. Factorisation d'une somme ou d'une expression littérale :

Remarque 3 :

Nous avons transformé la somme $ax + ay$ en un produit de facteurs en écrivant :

$ax + ay = a(x + y)$.

Cette transformation est une factorisation.

Régle 4 :

Factoriser une somme ou expression c'est la mettre sous la forme d'un produit de facteurs ; schématiquement :

A et B sont des termes ; C et D sont des facteurs.

$$A + B \underset{\xleftarrow{\text{développer}}}{\overset{\xrightarrow{\text{factoriser}}}{=}} C \times D$$

Remarque 4 :

On pourra utiliser également les formules de la propriété précédente pour factoriser une expression.

III. Je sais - faire :

Enoncés des exercices d'application :

Exercice d'application 1 **(Exemple de reduction par supression des parenthèses)**

Supprime les parenthèses et reduis chacune des expressions suivantes :

$A = 5{,}2 + \big(a + (-3{,}2)\big)$; $B = (a - 2{,}5) - (b - 0{,}5)$;

$C = (a - 1) + (b - a)$; $D = (8{,}01 - x) - (1 + x)$.

Exercice d'application 2

1. Développe les expressions suivantes :
   $A = 2{,}1 \times (x + 5)$; $B = (-1{,}3) \times (y - 5)$; $C = a(1 - b)$; $D = 2a(5 - 3b)$.
2. Développe et réduis les expressions suivantes :
   $E = 3(x - 1) - 5(x + 1) + x + 7$; $F = x + 2(x - 7) - 3(x - 4) - 6$;
   $G = x(y + 3) - y(1 - x) + 2x$.

Exercice d'application 3

1. Développe les expressions suivantes en utisant les formules précédentes :
   $(x + 2)(y + 1)$; $(x - 2)(y + 3)$; $(x + 2)(y - 4)$;
   $(x - 3)(y - 1)$; $(xy + 3)(x + y)$.
2. Développe puis réduis les expressions suivantes:
   $(a + 3)(a + 1)$; $(b + 2)(b - 3)$; $(c - 4)(c - 7)$; $(d - 6)(d - 5)$;
   $\left(\frac{1}{z} - 1\right)(z + 2)$; $10(2x - 3) + 2(x - 7)(4 - 3x)$;
   $\frac{x}{5}\left(\frac{2x}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{x}{3} - \frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4} - \frac{x}{6}\right)$.

Exercice d'application 4

Factorise les expressions suivantes :

$A = 1{,}2x + 0{,}4y$; $B = 2{,}8a - 7b$; $C = 4z^2 - 6z$; $D = 2(x + 1) + 4x - 6$

$E = 2(y + 1) + 4(y - 2)$; $F = (x + 1)y + 4xy - 6y$;

$G = xy + 4x - 3y - 12$; $H = 2xy - 4x + 5y - 10$.

Solutions des exercices d'application

Exercice d'application 1 **(Exemple de reduction par supression des parenthèses)**

Je supprime les parenthèses et je reduis chacune des expressions suivantes :

$A = 5{,}2 + \big(a + (-3{,}2)\big) = 5{,}2 + a + (-3{,}2) = 2 + a$;

$B = (a - 2{,}5) - (b - 0{,}5) = a - 2{,}5 - b + 0{,}5 = a - b - 2$;

$C = (a - 1) + (b - a) = a - 1 + b - a = b - 1$;

$D = (8{,}01 - x) - (1 + x) = 8{,}01 - x - 1 - x = 7{,}01 - 2x$.

Exercice d'application 2

1. Je développe les expressions suivantes :
   $A = 2{,}1 \times (x + 5) = (2{,}1 \times x) + (2{,}1 \times 5) = (2{,}1) \times x + (2{,}1 \times 5)$
   $= (2{,}1) \times x + 10{,}5$;
   $B = (-1{,}3) \times (y - 5) = ((-1{,}3) \times y) - \big((-1{,}3) \times 5\big)$
   $= ((-1{,}3) \times y) - \big((-1{,}3) \times 5\big) = (-1{,}3) \times y + 6{,}5$;
   $C = a(1 - b) = a \times 1 - a \times b = a - ab$;
   $D = 2a(5 - 3b) = (2a) \times 5 - (2a) \times (3b) = 10a - 6b$.
2. Je développe et je réduis les expressions suivantes:

$E = 3(x-1) - 5(x+1) + x + 7 = (3x-3) - (5x+5) + x + 7$
$= 3x - 3 - 5x - 5 + x + 7 = -x - 1$;
$F = x + 2(x-7) - 3(x-4) - 6 = x + (2x-14) - (3x-12) - 6$
$= x + 2x - 14 - 3x + 12 - 6 = -8$;
$G = x(y+3) - y(1-x) + 2x = (xy+3x) - (y-xy) + 2x$
$= xy + 3x - y + xy + 2x = 2xy + 5x - y$.

Exercice d'application 3

1. *Je développe les expressions suivantes en utisant les formules précédentes :*
   $(x+2)(y+1) = xy + x + 2y + 2$; $(x-2)(y+3) = xy + 3x - 2y - 6$;
   $(x+2)(y-4) = xy - 4x + 2y - 8$; $(x-3)(y-1) = xy - x - 3y + 3$;
   $(xy+3)(x+y) = x^2y + xy^2 + 3x + 3y$.
2. *Je développe puis je réduis les expressions suivantes :*
   $(a+3)(a+1) = a^2 + a + 3a + 3 = a^2 + 4a + 3$;
   $(b+2)(b-3) = b^2 - 3b + 2b - 6 = b^2 - b - 6$;
   $(c-4)(c-7) = c^2 - 7c - 4c + 28 = c^2 - 11c + 28$;

$$\begin{aligned}10(2x-3) + 2(x-7)(4-3x) &= (20x-30) + (2x-14)(4-3x)\\ &= (20x-30) + (8x - 6x^2 - 56 + 42x)\\ &= 20x - 30 + 8x - 6x^2 - 56 + 42x\\ &= -6x^2 + 70x - 86 ;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{x}{5}\left(\frac{2x}{3}-\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{x}{3}-\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}-\frac{x}{6}\right) &= \frac{x}{5}\left(\frac{2x}{3}-\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{x}{3}-\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}-\frac{x}{6}\right)\\ &= \left(\frac{2x^2}{15}-\frac{x}{5}\right) + \left(\frac{x}{12}-\frac{x^2}{18}-\frac{3}{16}+\frac{3x}{24}\right)\\ &= \left(\frac{2x^2}{15}-\frac{x}{5}\right) + \left(\frac{5x}{24}-\frac{x^2}{18}-\frac{3}{16}\right)\\ &= \left(\frac{2x^2}{15}-\frac{x^2}{18}\right) + \left(\frac{5x}{24}-\frac{x}{5}\right) - \frac{3}{16}\\ &= \left(\frac{24x^2}{180}-\frac{10x^2}{180}\right) + \left(\frac{25x}{120}-\frac{24x}{120}\right) - \frac{3}{16}\\ &= \frac{14x^2}{180} + \frac{x}{120} - \frac{3}{16} = \frac{7x^2}{90} + \frac{x}{120} - \frac{3}{16}.\end{aligned}$$

Exercice d'application 4

Je factorise les expressions suivantes :

$A = 1{,}2x + 0{,}4y = (0{,}4)(3x+y)$; $B = 2{,}8a - 7b = 7\big((0{,}4)a - b\big)$; $C = 4z^2 - 6z = 2z(2z-3)$;
$D = 2(x+1) + 4x - 6 = 2(x+1) + 2(2x-3) = 2[(x+1) + (2x-3)]$
$= 2[x + 1 + 2x - 3] = 2(3x-2)$;
$E = 2(y+1) + 4(y-2) = 2(y+1) + 2 \times 2(y-2) = 2[(y+1) + 2(y-2)]$
$= 2[(y+1) + 2(y-2)] = 2[(y+1) + (2y-4)] = 2[y + 1 + 2y - 4]$
$= 2[y + 1 + 2y - 4] = 2[3y-3] = 2[3(y-1)] = 6(y-1)$;
$F = (x+1)y + 4xy - 6y = (x+1)y + (4x-6)y = [(x+1) + (4x-6)]y$
$= [x + 1 + 4x - 6]y = [5x-5]y = [5(x-1)]y = 5(x-1)y = 5y(x-1)$;
$G = xy + 4x - 3y - 12 = x(y+4) - 3y - 3 \times 4 = x(y+4) - 3(y+4)$
$= x(y+4) - 3(y+4) = (x-3)(y+4)$;
$H = 2xy - 4x + 5y - 10 = 2x(y-2) + 5(y-2) = (2x+5)(y-2)$.

IV. Je m'exercice :

Exercice 1 :

1. Réduis les expressions suivantes :

$A = (a+5) - \big(4 + (a-2)\big)$;

$B = [(5-b) - ((7-(b+5)+3)] -$
$\big(7 + (b+5)\big) - 1$;

$C = \big(c + (c - (7 + (c-3)\big) - \big(8 + (c+5)\big)$;

$D = d - \big[\big((7 + (d+5)\big) - ((7-d)+6) + 1\big]$.

2. Développe les expressions suivantes :

$5(x+2)$; $7(6-x)$; $4(x-4)$; $7(2x+1)$;

$3(2x-1)$; $7(6-2x)$; $\frac{7}{8}(2x+9)$; $\frac{3}{5}(2x-4)$;

$\frac{2}{7}(21x-1{,}4)$; $\frac{1}{3}\left(\frac{6}{5}x+15\right)$; $\frac{2}{5}\left(\frac{7}{4}x+\frac{3}{4}\right)$;

$-7(2x+3)$; $\frac{2}{5}\left(\frac{7}{4}-\frac{3}{4}x\right)$.

Exercice 2 :

Développe et réduis

$4(x+2) + 3(6-x)$;

$4x(y-2) + 3y(6-x) + x - 2y$;

$7(x-4) - 3(2x+1)$;

$5(2x-1) + 3(6-2x) - 7(2x+3)$;

$-2(2x+5) + 3(6-3x) + \frac{2}{5}(x-4)$;

$3a(1-2b) - 5b(a+1) - 2a + 3ab$;

$\frac{3}{4}(2x-5) - \frac{1}{3}(2x+1) - \frac{1}{4}(6-2x) + (2x+3)$;

$3a(1-2b) - 5b(a+1) - 2a + 3ab$;

$xy(y-2) + 3y(x-y) - x(x-2y)$;

$3a(a-2b) - 5b(a+b) - 5a + b - 6ab$.

Exercice 3 :

1. *Complète de façon à obtenir un résultat sans parenthèses :*

   $(3x^2) = \cdots$; $(-3x)^2 = \cdots$; $\left(\frac{2}{3}x\right)^2 = \cdots$

2. *Relie, après avoir développé et réduit chaque produit de la colonne gauche, à son développement dans la colonne droite.*

$(3x-4)(3x+4)$	$9-5x^2$
$(x+1)(x-1)$	$25x^2-9$
$(5x+3)(5x-3)$	$1-x^2$
$(4-3x)(3x+4)$	x^2-1
$(5x+3)(3-5x)$	$9x^2-16$
$(x+1)(1-x)$	$16-9x^2$

Exercice 4 :

Développe et réduis chacune des expressions en complétant ce qui suit :

$(x+1)^2 = (x+1)(x+1) = \cdots$;

$(y-3)^2 = (y-3)(y-3) = \cdots$;

$(4-x)^2 = (4-x)(4-x) = \cdots$;

$(a^2-3)^2 = (a^2-3)(a^2-3) = \cdots$

Exercice 5 :

1. *Après développement et réduction de* $(3x+4)^2$ *, on obtient l'une des expressions suivantes, laquelle ?*

   $6x^2+8$; $6x^2+24x+8$; $3x^2+24x+18$

   $9x^2+24x+16$; $9x^2+16$; $9x^2+14x+16$

2. *Après développement et réduction de* $(7x-1)^2$ *, obtient-on l'une des expressions suivantes ? Si oui laquelle ?*

   $7x^2-14x+1$; $49x^2-14x-1$;

   $49x^2+14x-1$; $49x^2-14x+1$.

Exercice 6 :

a est un nombre rationnel. Etablis l'égalité suivante :

$(10a+5)^2 = 100a(a+1) + 25$

Utilise cette égalité pour calculer de manière performante :

Exercice 7 : 65^2 85^2

Exercice 7 :

En remarquant que $101 = 100 + 1$ *et que* $99 = 100 - 1$ *, applique la méthode de l'exercice 4 pour calculer*

$101^2 = (100+1)^2 =$

$99^2 = (100-1)^2 =$

$101 \times 99 = (100+1)(100-1) =$

En utilisant la même méthode, calcule les nombres suivants :

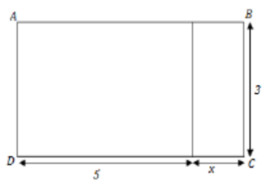
Exercice 8 : 98^2 ; 104×96

Exercice 8 :

L'unité de mesure est le centimètre

Exprime en fonction de x

a) le périmètre $(\mathcal{P})$ *du rectangle ABCD.*



b) L'aire $\mathcal{A}$ *de ce même rectangle.*

Exercice 9 :

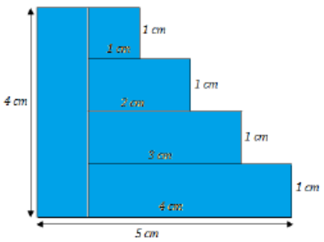
Calcule astucieusement l'expression :

$52{,}428 \times 4{,}9 - 52, \quad 428 \times 5{,}9 + 52, \quad 428 \times 2$

Exercice 10 :

Cinq rectangles sont assemblés comme le montre la figure.

Calcule l'aire totale de la surface bleue.



Exercice 11 :

Mets en facteur dans chaque cas, le nombre indiqué entre parenthèses :

$5x + 25 \ (5)$; $\quad 9x + 3 \ (-3)$;

$-12x + 18 \ (6)$; $\quad 4x + 6 \ (2)$.

Exercice 12 :

Dans chaque cas, mets en facteur l'expression indiquée entre parenthèse :

$16x^2 - 12x(4x)$; $\quad 2x^2 + 4x^3 - 8x^2(2x^2)$;

$4\pi x + 6\pi x^2(2\pi x)$; $\frac{a^3}{3} - 5a(a^2)$.

Exercice 13 :

Chaque expression de la colonne 1 a une écriture factorisée dans la colonne 2

$(2x+1)(x+4) - 2x - 1$	$(x+3)(x+7)$
$(x+3)(x+5) + 2x + 6$	$(x+3)(x-3)$
$(x+2)(x+3) - 5x - 15$	$(2x+1)(3x+1)$
$(2x+1)(7-3x) - 6x - 3$	$(2x+1)(x+3)$
$(2x+1)^2 + 2x^2 + x$	$(2x+1)(4-3x)$

Mets en évidence un facteur commun dans chaque expression de la colonne 1 et retrouve sa forme factorisée dans la colonne 2.

Exercice 14 :

Transforme les expressions suivantes de façon à faire apparaitre un facteur commun puis factorise-les

$(x^2 + 5x) - x(x+5)$; $(x+1)^2 - 2x - 2$;

$x^2 - 10x + (3x+1)(x-5)$;

$(2x-1)^2 - (x+3)^2 - (2x-1)(x-4)$.

Exercice 15 :

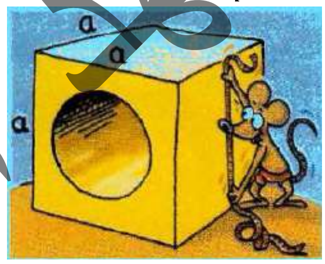
On donne l'expression suivante :

$S = (a+b)^2 - 2(a+b)a + (b-a)^2$

1. *Développe et réduis cette expression*
2. *Après avoir posé $A = a + b$ et $B = b - a$, exprime $(a+b)^2 - 2(a+b)$ puis S en fonction de A et B*
3. *Pour quelles valeurs de a et b l'expression S est nulle.*

Exercice 16 :

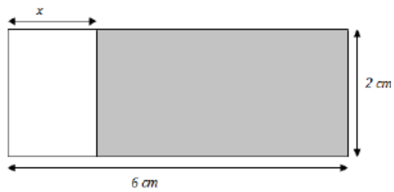
Dans un cube de bois d'arête a, on a découpé un cylindre de rayon $\frac{a}{3}$, d'axe parallèle à une arête. Démontre que le volume du solide obtenu est égale à $\frac{a^3}{27}(9 - \pi)$.

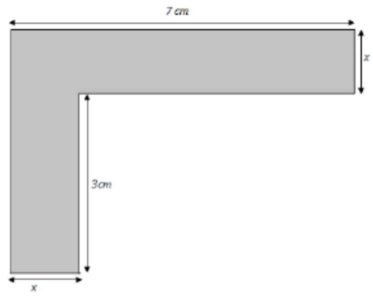


(Le volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est égale $\pi r^2 h$)

Exercice 17 :

Dans les expressions proposées, lesquelles représentent l'aire de la surface grisée dans chaque cas :





$2(6-x)$	$12-x$	$2(x-6)$
$12-2x$	$3x+7x$	$21x^2$
$10+2x$	$10x$	$7(x+2)$
$3(7-x)$	$10+3x$	$7(3+x)$

Exercice 18 :

D'après l'étude de Lorenz, il existe une relation idéale entre la taille T (en cm) et la masse M (en kg) d'un individu. Cette formule est :

- *Pour un homme :* $M = 100 - \frac{T-150}{4}$
- *Pour une femme :* $M = 100 - \frac{T-150}{2}$

a. Combien devrait peser un homme dont la taille est 1,86 m ?

Même question pour une femme de 1,65 m.

b. Réduis l'expression écrite dans chacun des deux membres de droite des formules précédentes.

Calcule alors M lorsque $T = 160$ *pour un homme, puis pour une femme.*

Exercice 19 :

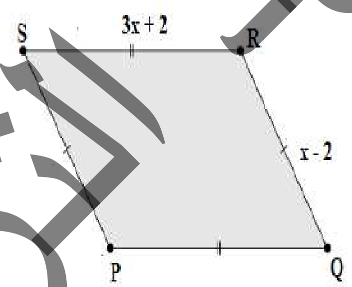
Exercice 19 : Périmètre variable

Soit x *un nombre strictement supérieur à 3.*

Soit un parallélogramme PQRS tel que :

$SR = 3x + 2$ *et* $RQ = x - 2$.

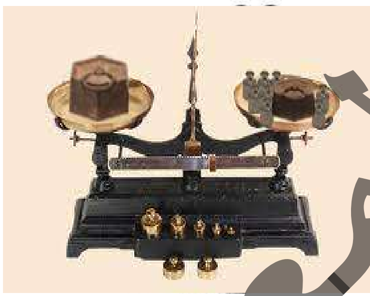
1. *Si le périmètre de PQRS est 32 ; quelle est la valeur de x ? ?*
2. *Le périmètre de PQRS peut-il être 16 ?*
3. *PQRS peut-il être un losange ?*



Chapitre 7 Les équations du premier degré

I. Activités préparatoires :

Activité 1: **Notion d'équation**



Sur l'un des plateaux à une balance,
Il y a une masse de 2 kg, sur l'autre plateau une masse de 500 g et 8 masses de 100 g. On a mis dans ce dernier plateau un objet A, la balance devient équilibrée.
Désigne par x la masse de l'objet et écris une égalité qui traduit l'équilibre de la balance. Quelle est la masse de cet objet ?

Activité 2: **Egalité et addition**

Samba est un marchand de fruits ; Son petit enfant, âgé de 6 ans s'amuse avec la balance posée sur la table. Il met sur l'un des plateaux une banane, sur l'autre une mangue ; il constate que la balance est en équilibre. Il prend ensuite deux pommes de même calibre et pose une pomme sur chaque plateau, la balance reste en équilibre.
Ecris une égalité en prenant b, m et p pour masses respectives de la banane, la mangue et la pomme.

Activité 3: **Egalité et multiplication**

Ali pèse le manuel de français et celui de l'arabe de 3e AF ; Il constate que les deux livres ont le même poids. Combien de livres de français peut-il poser le deuxième plateau pour que la balance reste en équilibre sachant qu'il a placé deux ? Trois ? Quatre ? Cinq livres d'arabe dans le premier plateau ?
Ecris des égalités qui traduisent les états d'équilibre de la balance en prenant a et f pour masses respectives des manuels d'arabe et de français.

Activité 4:

Ahmed a dit : « j'ai un nombre je lui ajoute 3,81; la somme devient 5 »
Sidi répond « ce nombre est égal à 1,9 »
Fatou a répondu « ce nombre est égal à 1,19 »
Qui a répondu correctement ? Ali ou Fatou ?

Activité 5:

On pèse ensemble un nombre de cube ; la balance indique 1,7 kg, sachant que le poids d'un petit cube est 4,25 g. En comptant les cubes le marchand a trouvé 398 cubes.
Le marchand a-t-il fait une erreur ? Quel est le nombre de cubes ?

Activité 6:

Mohamed demande à Hacen de choisir un nombre de le multiplier par 4, d'ajouter 7 à ce produit, de multiplier par 3 cette somme, puis en fin de retrancher 26 du résultat obtenu.
Hacen trouve alors 199.
Pour trouver le nombre choisi par Hacen, quel programme de calcul peut envisager Mohamed ?

Remarque 1 :

Résoudre ce problème passe par la résolution d'une équation du type $ax + b = c$.

Activité 7:

Situation problème :

L'âge de Khadi dépasse de 3 ans le double de l'âge de son frère El Hadj, la différence entre leurs âges est 10 ans. Quels âges ont-ils ?

Pour résoudre ce problème, on préconise les étapes suivantes :

1er Etape (Choix de l'inconnue)

On désigne par x l'âge d'El Hadj

2e Etape (Mise en équation)

a. Exprime l'âge de Khadi en fonction de x ;
b. Exprime la différence entre l'âge de Khadi et celui d'El Hadj ;
c. Ecris l'équation traduisant que cette différence doit être égale à 10.

3e Etape : Résolution de l'équation trouvée

En utilisant les propriétés et les règles de calcul dans $\mathbb{R}$, résous l'équation obtenue à la 2e étape.

4e Etape (Vérification)

Fais la vérification en remplaçant x par la valeur obtenue à la 3e étape dans l'équation.

Conclusion *: Conclus en répondant à la question posée.*

II. Je retiens :

1. Notion d'équation :

Définition 1:
Une équation est une égalité dans laquelle intervient une lettre dont la valeur est inconnue

Régle 1 :
Résoudre une équation c'est chercher la (ou les) valeur(s) de l'inconnue qui vérifie(nt) l'égalité.

2. Egalité et opérations :

2.a. Egalité et addition :

Régle 2 :
Etant donnés a, b et c des nombres relatifs. Si $a = b$; alors $a + c = b + c$.

2 .b. Egalité et multiplication :

Régle 3 :
Etant donnés a, b et c des nombres relatifs. Si $a = b$; alors $ac = bc$.

3 . Equations du type a+x=b :

Régle 4 :
Une équation du type $a + x = b$, où x est l'inconnue, a et b des nombres relatifs connus, a une solution unique donnée par $x = b - a$.

4. Equations du type ax=b:

Régle 5 :
Une équation du type $ax = b$, où x est l'inconnue, a et b sont des nombres connus, a une solution unique donnée par $x = \frac{b}{a}$; si $a \neq 0$.

5. Problèmes se ramenant à des équations de type ax+b=c :

Régle 6 :
Une équation de type $ax + b = c$, où x est l'inconnue, a, b et c trois nombres connus, a une solution unique donnée par $x = \frac{c-b}{a}$; si $a \neq 0$.

III. Je sais - faire :

Enoncés des exercices d'application :

Exercice d'application 1

Résous les équations suivantes :

$y + 2{,}3 = -0{,}7$; $-12{,}05 + u = 6{,}02$; $5 + z = 3{,}6$; $v + \frac{3}{5} = \frac{1}{2}$.

Exercice d'application 2

Résous les équations :

$0{,}4x = -7$; $-3y = -8$; $0{,}17z = -5{,}1$; $\frac{2}{5}t = 6{,}12$.

Exercice d'application 3

Résous les équations :

$12x - 10 = 11$; $110x + 3{,}8 = 0{,}5$; $-1{,}5x + 2{,}05 = 4{,}3$; $-0{,}3x - 5 = -125$.

Solutions des exercices d'application

Exercice d'application 1

Résolvons les équations suivantes :

- $y + 2{,}3 = -0{,}7 \Rightarrow y = -0{,}7 - 2{,}3 \Rightarrow y = -3$;
- $-12{,}05 + u = 6{,}02 \Rightarrow u = 12{,}05 + 6{,}02 \Rightarrow u = 18{,}07$;
- $5 + z = 3{,}6 \Rightarrow z = 3{,}6 - 5 \Rightarrow z = -1{,}4$;
- $v + \frac{3}{5} = \frac{1}{2} \Rightarrow v = \frac{1}{2} - \frac{3}{5} \Rightarrow v = -\frac{1}{10}$.

Exercice d'application 2

Résolvons les équations suivantes :

$0{,}4x = -7 \Rightarrow x = \frac{-7}{0{,}4} \Rightarrow x = 17{,}5$; $-3y = -8 \Rightarrow y = \frac{-8}{-3} \Rightarrow y = \frac{8}{3}$;

$0{,}17z = -5{,}1 \Rightarrow z = \frac{-5{,}1}{0{,}17} \Rightarrow z = -3$; $\frac{2}{5}t = 6{,}12 \Rightarrow t = 6{,}12 \times \frac{5}{2} \Rightarrow t = 15{,}3$

Exercice d'application 3

Résolvons les équations suivantes :

$12x - 10 = 11 \Rightarrow 12x = 11 + 10 \Rightarrow 12x = 21 \Rightarrow x = \frac{21}{12} = \frac{7}{4} = 1{,}75$;

$110x + 3{,}8 = 0{,}5 \Rightarrow 110x = 0{,}5 - 3{,}8 \Rightarrow 110x = -3{,}3 \Rightarrow x = \frac{-3{,}3}{110} = \frac{-3}{100} = 0{,}03$;

$-1{,}5x + 2{,}05 = 4{,}3 \Rightarrow -1{,}5x = 4{,}3 - 2{,}05 \Rightarrow -1{,}5x = 2{,}25 \Rightarrow x = \frac{2{,}25}{-1{,}5} = 1{,}5$;

$-0{,}3x - 5 = -125 \Rightarrow -0{,}3x = -125 + 5 \Rightarrow -0{,}3x = -120 \Rightarrow x = \frac{-120}{-0{,}3} = 400$.

IV. Je m'exercice :

Exercice 1 :

Résous les équations :

$24 + x = 63$; $7 + x = 21$; $8 + x = 25$

$35 + x = 76$; $42 + x = 77$; $x + 18 = 33$

$53 + x = 63$; $31 + x = 95$; $27 + x = 65$

$67 + x = 81$; $75 + x = 93$; $x + 49 = 87$

Exercice 2 :

Résous les équations :

$x + 5{,}5 = 12{,}3$; $2{,}5 + x = 12{,}1$; $x + 1{,}8 = 3{,}03$

$3{,}5 + x = 7{,}16$; $4{,}12 + x = 7{,}07$; $5{,}13 + x = 6{,}3$

$3{,}01 + x = 9{,}5$; $8{,}7 + x = 13{,}5$;

$19{,}07 + x = 26{,}43$; $3{,}79 + x = 6{,}23$.

Exercice 3 :

Résous les équations :

$32 + x = -63$; $-7 + x = 14$; $-8 + x = -52$

$108 + x = -33$; $79 + x = -46$;$-42 + x = 97$

$-27 + x = 36$; $-17 + x = 51$;$-81 + x = -62$

$38 + x = -43$; $47 + x = -11$; $-78 + x = 83$.

Exercice 4 :

Résous les équations :

$-1{,}4 + x = 2$; $-2{,}7 + x$; $-9 + x = 3{,}2$;

$17 + x = -2{,}3$; $-7{,}4 + x = 3{,}76$;

$-4{,}1 + x = 7$; $-5{,}3 + x = 6{,}3$;

$3{,}1 + x = -9{,}5$; $-2{,}7 + x = -6{,}5$;

$-11{,}47 + x = 6{,}4$; $-6{,}07 + x = -8{,}27$.

Exercice 5 :

Résous les équations :

$x + \frac{5}{6} = \frac{2}{3}$; $m + \frac{7}{5} = -\frac{4}{9}$; $\frac{5}{6} + y = \frac{4}{7}$

$-\frac{11}{6} + y = \frac{4}{7}$; $-\frac{5}{6} + z = \frac{4}{7}$; $t + \frac{-5}{6} = \frac{-4}{3}$

$u + \frac{5}{-6} = \frac{2}{12}$; $v + \frac{5}{6} = \frac{2}{-3}$; $\frac{5}{6} + w = \frac{-4}{3}$

$\frac{11}{6} + a = \frac{4}{-7}$; $\frac{5}{-12} + b = \frac{4}{7}$; $\frac{-9}{7} + c = \frac{4}{3}$

Exercice 6 :

Résous les équations suivantes :

$24 + x = 13$; $-7 + x = 21$; $18 + x = -5$

$3{,}5 + x = -1{,}6$; $-4{,}2 + x = -3{,}5$; $4x = 4{,}8$

$-7x = 35$; $1{,}8x = -4{,}5$; $-12x = -9$

$-3{,}5x = -7$; $-2x = \frac{4}{3}$; $\frac{5}{3}x = -\frac{10}{7}$.

Exercice 7 :

Résous les équations :

$2x - 11 = 10$; $-12x + 6 = -9$;

$-2{,}1x + 12 = -9$; $\frac{5}{16} - \frac{11}{8}x = \frac{11}{16}$

$3x + 4 = \frac{1}{3}$; $5x - 7 = \frac{1}{3}$;

$-2x + \frac{4}{5} = \frac{1}{4}$; $\frac{1}{4}x + \frac{3}{7} = \frac{2}{5}$;

$\frac{4}{7}x - \frac{1}{5} = \frac{3}{4}$; $\frac{4}{3}x + \frac{2}{7} = -\frac{5.}{6}$

Exercice 8 :

Résous les équations suivantes

$3 - 4x = 5 - 6x$; $-3 - 4x = -5 - 6x$

$\frac{5y-1}{3} = \frac{3-2y}{4}$; $\frac{1}{3} + \frac{5}{4}y = \frac{3}{4} + \frac{2}{3}y$

$2 - 7x = 5x + 1$; $-2 - 7x = 5x + 1$

$\frac{1}{3} - \frac{5}{4}y = \frac{3}{4} - \frac{2}{3}y$; $-\frac{1}{3} - \frac{5}{4}y = -\frac{3}{4} - \frac{2}{3}y$

Exercice 9 :

Résous les équations suivantes :

$3(x-2) + 5(6-x) = 4(x+4) - 7(x+1)$;

$7(3x+4) - 5(4x-2) = 3(5x+4) - 2(5-6x)$;

$2(3x-5) - 5(x-2) = 3(x+4) - 2(5-2x)$;

$2(7x-4) - 6(3x-1) = 3(5-4x) - 2(5x-6)$.

Exercice10 :

Un terrain rectangulaire a une longueur de 80met une largeur de 50m, on augmente la longueur de 8m. De combien doit-on diminuer la largeur pour que l'aire soit inchangée ?

Exercice11 :

On ajoute un même nombre au numérateur et au dénominateur de la fraction $\frac{4}{7}$ *pour obtenir la fraction* $\frac{5}{6}$*. Quel est ce nombre ?*

Exercice12 :

Un nombre de six chiffres commence à gauche par 1. Si on transporte le 1 à droite, le nouveau nombre ainsi obtenu est le triple du premier. Quel est le nombre initial ?

Exercice13:

Trois frères, respectivement âgés de 7, 9 et 12ans, ont un père de 36 ans. Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il égal à la somme des âges des trois frères ?

Exercice14:

Une mère de 26 ans a un fils de 5ans. Dans combien d'années l'âge de la mère sera-t-il égal à l'âge du fils multiplié par 1,5 ? par 2 ? par 8 ?

Exercice15:

Un homme a 23ans de plus que sa fille, 31 ans de moins que son père. La somme des âges des trois personnes est 119. Calcule ces âges.

Exercice16:

Trouve trois entiers impairs consécutifs tels que leur somme est 381.

Exercice17:

On veut fabriquer des boîtes de $\frac{1}{2}$ litre de forme parallèlopédique avec du carton. On veut que l'un des côtés mesure 10 cm et que la longueur du deuxième côté soit le double de la longueur du troisième. Quelles sont les dimensions de la boîte ? Quelle est la quantité de carton nécessaire pour fabriquer une telle boîte ?

Exercice 19 :

ABC est un triangle isocèle tel que :
$AB = AC = 15cm$. *Soit M est un point de du segment* $[AB]$.

- *La parallèle à la droite* (AC) *passant par M coupe* (BC) *en P*
- *La parallèle à la droite* (AB) *passant par P coupe* (AC) *en Q*

Détermine AM pour que $PM + 5PQ = 36cm$.

Chapitre 8 Repérage sur un axe

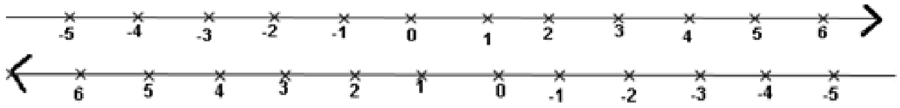
I. Activités préparatoires :

Activité 1: *Notion d'axe*

Reproduis la droite d dans chacun des cas ci-dessous. Marque sur cette droite deux points :

- *un point O auquel on associe le nombre* 0.
- *un point I auquel on associe le nombre.*

En respectant la graduation régulière, OI étant l'unité de mesure sur d ((O, I) **est appelé le repère de d**)



Activité 2: *Mesure algébrique*

On considère un axe Δ dont le repère est (O, I). On donne deux points A et B d'abscisses respectives $\boldsymbol{x_A}$ et $\boldsymbol{x_B}$ *.Complète le tableau suivant :*

x_A	x_B	$x_A - x_B$	$x_B - x_A$	AB
8	-2			
-2	-2			
2,5	1,5			
3,5	$-2{,}5$			

Compare les résultats obtenus dans les trois dernières colonnes du tableau.

Activité 3: *Relation de Chasles*

Soient A, B et C trois points d'un axe Δ de repère (O, I) d'abscisses respectives : -3 ; 1,5 et 2,2.

1. Calcule $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{BA}$, $\overline{CA}$ et $\overline{CB}$.

2. Vérifie que :

$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$, $\overline{BC} + \overline{CA} = \overline{BA}$, $\overline{AC} + \overline{CB} = \overline{AB}$, $\overline{AC} + \overline{CB} = \overline{AB}$, $\overline{BA} + \overline{AC} = \overline{BC}$, $\overline{CB} + \overline{BA} = \overline{CA}$.

3. Soient M, N et P trois points d'un axe d'abscisses respectives x_M, x_N et x_P. Exprime $\overline{MN}$, $\overline{NP}$ *et* $\overline{MP}$ *en fonction de leurs abscisses ; compare* $\overline{MN} + \overline{NP}$ *et* $\overline{MP}$.

Activité 4: *Milieu d'un segment ou d'un bipoint*

Soit (O, I) un repère d'un axe Δ . A, B et M sont trois points de Δ d'abscisses respectives -1 ; 2 et 5.

1. Vérifie que M est le milieu de $[AB]$; compare $\overline{MA}$ et $\overline{MB}$. *En déduis que* $\overline{MA} + \overline{MB} = 0$.

2. Soit P le point de l'axe Δ qui porte $[AB]$ tel que : $\overline{PA} + \overline{PB} = 0$.

Vérifie que P est le milieu de $[AB]$.

Activité 5: *Abscisse du milieu segment ou d'un bipoint*

1. *On donne A et B deux points d'un axe Δ dont le repère est (O, I) d'abscisses respectives* $x_A = -2$ *et* $x_B = 3$.

Quelle est l'abscisse du point J milieu de $[AB]$?

Vérifie que $x_J = \frac{x_A + x_B}{2}$.

2. *Etant donnés M et N deux points de l'axe Δ d'abscisses respectives x_M et x_N . Soit x_K l'abscisse du milieu du segment $[MN]$*

a. *Place le point K puis détermine son abscisse dans les cas suivants :*

i. $x_M = 4$ *et* $x_N = 2$

ii. $x_M = -3$ *et* $x_N = -1$

iii. $x_M = -6$ *et* $x_N = 8$

iv. $x_M = 6$ *et* $x_N = 10$.

b. *Vérifie dans chaque cas, que* $x_K = \frac{x_M + x_N}{2}$.

II. Je retiens :

1. Notion d'axe et mesure algébrique:

Définition 1:

Dans les deux cas :

- *la droite (d) sur laquelle on a choisi ces deux points s'appelle axe.*
- *le point O s'appelle origine de l'axe.*
- *la longueur $OI = 1$s'appelle l'unité de cet axe.*
- *un sens positif de parcours de O vers I.*
- *le bipoint (O, I) est le repère de l'axe.*

Définition 2:

Etant donnés deux points M et N d'un axe dont le repère est (O, I).

- *On appelle mesure algébrique du bipoint (M, N) qu'on note $\overline{MN}$ le nombre $x_N - x_M$ et on écrit :*

$$\overline{MN} = \underbrace{x_N}_{\text{Abscisse du } 2^{\text{ème}} \text{ point}} - \underbrace{x_M}_{\text{Abscisse du } 1^{\text{er}} \text{ point}}$$

- *La distance MN est égale à :* $\begin{cases} x_N - x_M & si\ \ x_N \geq x_M \\ x_M - x_N & si\ \ x_M \geq x_N \end{cases}$

Remarque 1 :

Attention à l'ordre dans lequel apparaissent les points.
Par exemple :
Si $x_A = 3{,}5$ et $x_B = -2{,}5$; alors :
$\overline{AB} = x_B - x_A = -2{,}5 - 3{,}5 = -6$ *et* $\overline{BA} = x_A - x_B = 3{,}5 - (-2{,}5) = 6$; $\overline{AB}$ *et* $\overline{BA}$ *sont opposées.*

Remarque 2 :

Si O est l'origine d'un axe, tout point M de cet axe est tel que :
$\overline{OM} = x_M - x_O = x_M - 0 = x_M$; *donc* $\overline{OM} = x_M$

Propriétés 1: Relation de Chasles

Quels que soient A, B et C trois points d'un axe, on a : $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$.
C'est la relation de Chasles

Remarque 3 :

La relation de Chasles permet de raccourcir des écritures de sommes algébriques sur un axe :
$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD}$ *est remplacé par* $\overline{AD}$

3. Milieu d'un segment ou d'un bipoint :

Définition 3: Milieu d'un segment ou d'un bipoint

Le milieu d'un segment $[AB]$ porté par un axe Δ est l'unique point M de Δ tel que : $\overline{MA} + \overline{MB} = 0$.
Le milieu de $[AB]$ est aussi appelé milieu du bipoint (A, B).

Propriétés 2: Abscisse du milieu d'un segment ou d'un bipoint

Si K est le milieu d'un segment $[MN]$ (ou d'un bipoint (M, N)) alors : $\boldsymbol{x_K} = \frac{1}{2}(x_M + x_N)$.

III. Je sais - faire :

Enoncés des exercices d'application :

Exercice d'application 1

On considère l'axe (d) dont le repère est (O, I). L'unité est le centimètre

1. *Place sur cet axe les points A, B, C et D d'abscisses :*
   $x_A = +1{,}5\,;\ x_B = -3\,;\ x_C = -2{,}3\,; x_D = 4.$
2. *Marque le point J milieu du segment $[BD]$ et le point K tel que A est le milieu de $[DK]$.*
   Quelles sont leurs abscisses ?

Exercice d'application 2

Soit Δ *un axe de repère (O, I). A, B, C et D sont des points de* Δ *d'abscisses respectives :*
$-3\,;\ 0{,}5\,;\ 4\,;\ 5{,}5.$

1. *Calcule* $\overline{AB}, \overline{CD}, \overline{BC}, \overline{OA}, \overline{DI}, \overline{CO}, \overline{OB}, \overline{DA}, \overline{IA}$ et $\overline{DB}$.

2- *Place* E, F, G *et* H *sachant que* $\overline{OE} = -4\,;\ \overline{CF} = -1{,}5\,;\ \overline{OG} = -6$ *et* $\overline{OH} = 6$.

3- *Calcule* $\overline{EF}, \overline{FG}, \overline{GE}, \overline{HF}, \overline{HG}$ et $\overline{HE}$.

4- *Vérifie que* $\left(\overline{HE}\times\overline{FG}\right)+\left(\overline{HF}\times\overline{GE}\right)+\left(\overline{HG}\times\overline{EF}\right)=0.$

5- *En serait-il de même en changeant par exemple l'abscisse de E.*

Exercice d'application 3

Soient A, B, C, D, E, F, G *et* H *sont des points d'un axe* Δ.

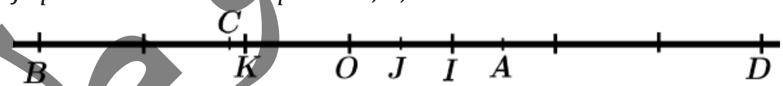
1. *Complète les égalités suivantes :*
   $\overline{AB}+\overline{BC}=\overline{....}\,;\ \overline{AB}+\overline{BE}=\overline{....}\,;\ \overline{DC}+\overline{....}=\overline{DF}\,;\ \overline{EB}+\overline{....}=\overline{EF}\,;\ \overline{A...}+\overline{E...}=\overline{...F}.$
2. *En utilisant la relation de Chasles, calcule de deux façons différentes :*
   $\overline{EF}+\overline{FG}+\overline{GH}\,;\ \overline{GF}+\overline{FH}+\overline{HE}\,;\ \overline{CG}+\overline{GB}+\overline{BA}\,;\ \overline{EG}+\overline{HE}+\overline{GH}.$

Solutions des exercices d'application

Exercice d'application 1

On considère l'axe (d) dont le repère est (O, I). L'unité est le centimètre.

1. *Je place sur cet axe les points A, B, C et D d'abscisses :*



2. *Je marque le point J milieu du segment $[BD]$ et le point K tel que A est le milieu de $[DK]$.*
   Sur l'axe leurs abscisses $x_K = -1\,;\ x_J = +0{,}5$.

5- *En serait-il de même en changeant par exemple l'abscisse de E*

Exercice d'application 2

1. *Je calcule :*
   $\overline{AB} = x_B - x_A = -3 - 0{,}5 = -3{,}5\,;\ \overline{CD} = x_D - x_C = 5{,}5 - 4 = 1{,}5\,;$
   $\overline{BC} = x_C - x_B = 4 - 0{,}5 = 3{,}5;\ \overline{OA} = x_A - x_O = -3 - 0 = -3\,;$
   $\overline{DI} = x_I - x_D = 1 - 5{,}5 = -4{,}5\,;$
2. *Je place les points E, F, G et H tels que :* $\overline{OE} = -4;\ \overline{CF} = -1{,}5\,;\ \overline{OG} = -6$ *et* $\overline{OH} = 6.$
   $\overline{OE} = x_E - x_O = x_E - 0 = x_E = -4\,; \overline{CF} = x_F - x_C = x_F - 4 = -1; 5 \Rightarrow x_F = 2{,}5\,;$
   $\overline{OG} = x_G - x_O = x_G - 0 = x_G = -6\,; \overline{OH} = x_H - x_O = x_H - 0 = x_H = 6.$

3. *Je calcule :*
$\overline{EF} = x_F - x_E = 2{,}5 - (-4) = 6{,}5$; $\overline{FG} = x_F - x_G = 2{,}5 - (-6) = 8{,}5$;
$\overline{GE} = x_E - x_G = -4 - (-6) = 2$; $\overline{HF} = x_F - x_H = 2{,}5 - 6 = -3{,}5$;
$\overline{HG} = x_G - x_H = -6 - 6 = -12$; $\overline{EH} = x_H - x_E = 6 - (-4) = 10$.
4. *Je vérifie l'égalité donnée :*
$$\left(\overline{EH} \times \overline{FG}\right) + \left(\overline{HF} \times \overline{GE}\right) + \left(\overline{HG} \times \overline{EF}\right) = 10 \times 8{,}5 + (-3{,}5) \times 2 + (-12) \times 6{,}5$$
$$= 85 - 7 - 78 = 0.$$
5. *Si on prend* $x_E = 0$, *alors :*
$\overline{EF} = x_F - x_E = 2{,}5$; $\overline{GE} = x_E - x_G = 6$ *et* $\overline{EH} = x_H - x_E = 6$.
$$\left(\overline{EH} \times \overline{FG}\right) + \left(\overline{HF} \times \overline{GE}\right) + \left(\overline{HG} \times \overline{EF}\right) = 6 \times 8{,}5 + (-3{,}5) \times 6 + (-12) \times 2{,}5$$
$$= 51 - 21 - 30 \neq 0.$$

Exercice d'application 3

1. *Je complète les égalités données :*
$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$; $\overline{AB} + \overline{BE} = \overline{AE}$; $\overline{DC} + \overline{CF} = \overline{DF}$; $\overline{EB} + \overline{BF} = \overline{EF}$; $\overline{AE} + \overline{EF} = \overline{AF}$.
2. *En utilisant la relation de Chasles, je calcule de deux façons différentes :*
   - $\overline{EF} + \overline{FG} + \overline{GH} = \overline{EG} + \overline{GH} = \overline{EH}$; $\overline{EF} + \overline{FG} + \overline{GH} = \overline{EF} + \overline{FH} = \overline{EH}$.
   - $\overline{GF} + \overline{FH} + \overline{HE} = \overline{GH} + \overline{HE} = \overline{GE}$; $\overline{GF} + \overline{FH} + \overline{HE} = \overline{GF} + \overline{FE} = \overline{GE}$
   - $\overline{CG} + \overline{GB} + \overline{BA} = \overline{CB} + \overline{BA} = \overline{CA}$; $\overline{CG} + \overline{GB} + \overline{BA} = \overline{CG} + \overline{GA} = \overline{CA}$.
   - $\overline{EG} + \overline{HE} + \overline{GH} = \overline{EG} + \overline{GH} + \overline{HE} = \overline{EH} + \overline{HE} = \overline{EE} = 0$;
   - $\overline{EG} + \overline{HE} + \overline{GH} = \overline{HE} + \overline{EG} + \overline{GH} = \overline{HG} + \overline{GH} = \overline{HH} = 0$.

IV. Je m'exerce :

Exercice 1 :

A et B sont deux points d'un axe Δ. On donne $x_A = 3$ et $\overline{AB} = -2{,}5$.

1. *Place le point A sur l'axe Δ. Où va-t-on placer B ; à droite ou à gauche de A ? Quelle est la distance de A à B ?*
2. *Calcule x_A et place B sur cet axe.*

Exercice 2 :

A, B, C et D sont quatre points d'un axe de repère (O, I). On donne :

$\overline{OA} = -3{,}5$; $\overline{AB} = 2$; $\overline{BC} = -1{,}5$ et $\overline{CD} = 3$.

1. *Calcule l'abscisse de chacun des points A, B, C et D.*
2. *Détermine les distances OA, AB, BC et CD*
3. *Fais une figure sur laquelle tu contrôle les résultats.*

Exercice 3 :

Δ est un axe de repère(O, I), les points A et B de Δ ont pour abscisses respectives -3 et -4,2.

1. *Quelle est l'abscisse du point J milieu de$[AB]$*
2. *Calcule les abscisses des points C et D sachant que A et B sont les milieux respectifs des segments $[BC]$ et $[AD]$.*

Exercice 4 :

Δ est un axe de repère (O, I).

1. *Représente les points A, B, C et D d'abscisses respectives* 2; -4,5 ; -3 et 5,4.
2. *Calcule :*

$\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BA}$, $\overline{BD}$, $\overline{DA}$, $\overline{DB}$ et $\overline{DC}$.

Exercice 5 :

A et B sont deux points d'un axe de repère (O, I).
Détermine x_A sachant que $x_B = -8$ et $\overline{AB} = -4$.
Fais une figure sur laquelle tu représentes les points A et B.

Exercice 6 :

A et B sont deux points d'un axe de repère (O, I), d'abscisses respectives $x_A = -3$ et $x_B = -6$.

1. *Détermine, par le calcul, l'abscisse x_M du milieu M de $[AB]$.Vérifie ensuite sur la figure.*
2. *Calcule $\overline{MA}$, $\overline{MB}$ et $\overline{MA} + \overline{MB}$.*

Exercice 7 :

Reprends l'exercice 6 avec $x_A = -3$ et $x_B = -6$.

Exercice 8 :

Sur un axe Δ , on considère les points O et A d'abscisses respectives 0 et 4.

1. *Place sur cet axe le point I pour que (O, I) soit un repère.*
2. *Sachant que $x_B = -3$; calcule $\overline{AB}$. Quelle est la distance de A à B ?*
3. *Vérifie sur la figure les résultats pour* AB et $\overline{AB}$.

Exercice 8 :

1. *Complète le tableau ci-dessous :*

A	B	C	$\overline{AB}$	$\overline{BC}$	$\overline{CA}$	$\overline{AC}$	$\overline{AB} + \overline{BC}$
2	−3	5	−5	8	− 3	3	3
3	1	−2,3					
−4,2	5	0,5					
3	−2	−3,2					
−4	−2	−5					
7	8,5	2,1					
2,25	−4,12	−7,02					

2. *Compare les résultats des colonnes 7 et 8.*

Exercice 9 :

A, B, C et D sont quatre points d'un axe de repère (O, I). Ecris plus simplement :

$\overline{AB} + \overline{BC}$, $\overline{AC} + \overline{CB}$, $\overline{BC} + \overline{CB}$, $\overline{AD} - \overline{BD}$, $-\overline{AB} - \overline{DA}$,

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD}$, $\overline{DB} + \overline{AC} - \overline{AB}$.

Exercice 10 :

Etant donné Δ un axe de repère (O, I), les points considérés ci-dessous sont tous sur Δ. Simplifie les écritures suivantes :

$\overline{AE} + \overline{EB} - \overline{CB}$, $3\,\overline{AB} + 2\overline{BC} + \overline{BA}$,

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EA}$, $5\,\overline{MA} - 5\overline{MB}$,

$(\overline{NA} - \overline{NP}) - (\overline{NA} - \overline{NL})$, $3\overline{MA} - 2\overline{BC} - \overline{AC} - 3\overline{CM}$.

Exercice 11 :

E, F, G et H sont quatre points d'un axe de repère (O, I). Montre que : $\overline{EF} + \overline{HG} = \overline{EG} + \overline{HF}$.

Exercice 12 :

A, B, C, D, E et F sont six points d'un axe de repère (O, I). En utilisant la relation de Chasles, simplifie les écritures suivantes :

$x = \overline{AC} + \overline{CD} - \overline{ED} + \overline{EF} - \overline{AE} + \overline{AD} + \overline{DA}$,

$y = 2\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{BD} + \overline{EF} + \overline{FD} - \overline{AC} - \overline{AD}$,

$z = \overline{AD} + \overline{DE} + \overline{AE} + \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} + \overline{EA}$.

Exercice 13 :
Sur un axe Δ de repère (O,I), on considère les points A, B et C d'abscisses respectives
4 ; -3 et -5.
1. Calcule l'abscisse de J milieu de $[AB]$.
2. Calcule l'abscisse de K milieu de $[BC]$.
3. Calcule l'abscisse de M milieu de $[JK]$.
4. Est-ce que M est le milieu de $[AC]$?

Exercice 14 :
A, M et B sont trois points d'un axe Δ de repère (O,I), $OI = 1\text{cm}$. On donne $x_A = -2{,}5$ et $x_M = -2$.
Calcule l'abscisse du point B sachant que M est le milieu de $[AB]$.
Vérifie le résultat sur la figure.

Exercice 15 :
Reprends l'exercice 15 avec $x_A = -0{,}4$ et $x_M = \frac{1}{4}$.

Exercice 16 :
M, N et K sont trois points d'un axe Δ de repère (O,I) tels que K soit le milieu de $[MN]$.
Complète le tableau ci-dessous :

x_M	-3	1	$-0{,}5$	$8{,}5$	$2{,}01$		
x_K	$2{,}5$	-2	$2{,}8$			$-2{,}5$	$-12{,}7$
x_N	8			$2{,}25$	$-4{,}9$	$-3{,}5$	$15{,}2$

Exercice 17 :
E, F, G et H sont quatre points d'un axe de repère (O, I). On donne $\overline{OE} = -3$; $\overline{EF} = 5$; $\overline{GF} = 3$; $\overline{GH} = -4$.
Calcule les abscisses des points E, F, G et H. Fais une figure dans laquelle tu contrôles tes résultats.

Exercice 18 :
A et M sont deux points d'un axe de repère (O, I), on donne $x_A = -2$.
Calcule x_M sachant que $AM = 4$. Combien y-a-t-il de points M solutions ?

Exercice 19 :
Sur un axe Δ de repère (O,I), on donne $x_A = 5$ et $x_B = -2$.
Calcule l'abscisse x_M de M tel que $\overline{MA} - 3\overline{MB} = \mathbf{0}$.
Place le point sur Δ .

Exercice 20 :
Sur un axe Δ de repère (O,I), on considère les points A et B d'abscisses respectives 2 et 4.
Calcule l'abscisse x_A du point N tel que $\overline{AN} = 3\overline{BN}$.

Exercice 21 :
Sur un axe Δ de repère (O,I), on considère les points A, B et C tels que :
$\overline{OA} = -3$; $\overline{OB} = 2$ et $\overline{OC} = 4$.
1. Calcule $\overline{AB}$, $\overline{CA}$ et $\overline{BC}$.
2. Vérifie que : $\overline{OA} \times \overline{BC} + \overline{OB} \times \overline{CA} + \overline{OC} \times \overline{AB} = 0$.

Exercice 22 :
A, B, C et D sont quatre points d'un axe d'abscisses respectives : -2 ; 3 ; -1 et 5.
1. Calcule $\overline{AB}$, $\overline{CA}$, $\overline{BC}$, $\overline{DC}$, $\overline{BD}$ et $\overline{DA}$.
2. Calcule $\overline{DA} \times \overline{BC} + \overline{DB} \times \overline{CA} + \overline{DC} \times \overline{AB}$.
3. Calcule :
$\overline{DA}^2 \times \overline{BC} + \overline{DB}^2 \times \overline{CA} + \overline{DC}^2 \times \overline{AB} + \overline{AB} \times \overline{BC} \times \overline{CA}$

Exercice 23 :
A, B, C et D sont quatre points d'un axe de repère (O,I) d'abscisses respectives a, b, c et d.
Montre que :
$\overline{DA} \times \overline{BC} + \overline{DB} \times \overline{CA} + \overline{DC} \times \overline{AB} = 0$

Exercice 24 :
A et M sont deux points d'un axe Δ de repère (O,I), on donne $x_A = 3$.
Calcule x_M sachant que $AM = 6$. Combien y-a-t-il de points M solutions ?
Quels sont les points de Δ tels que $AM \leq 6$?

Exercice 25 :
Sur un axe Δ de repère (O, I) on considère les points A, B, C et D d'abscisses :
$x_A = -3$, $x_B = 7$, $x_C = -2{,}2$ et $x_D = 4{,}2$,
Calcule les abscisses des points J, K et L milieux respectifs des segments $[AB]$, $[BC]$ et $[CD]$.

Exercice 26 :
Sur un axe Δ de repère (O, I), on considère les points A, B, C et D tels que :
$\overline{OA} = -1$; $\overline{OB} = 5$; $\overline{CA} + 3\overline{CB} = 0$ et $\overline{DA} - 3\overline{DB} = 0$.
On appelle K le milieu de $[AB]$ et L le milieu de $[CD]$.
1. Calcule $\overline{OA}$, $\overline{OD}$, $\overline{OK}$ et $\overline{OL}$.
2. Compare $\overline{AD} \times \overline{AC}$ et $\overline{AB} \times \overline{AL}$
3. Vérifie les égalités ci- dessous :
$\overline{KA}^2 = \overline{KC} \times \overline{KD}$ et $\overline{LC}^2 = \overline{LA} \times \overline{LB}$.

Chapitre 9 Les angles

I. Activités préparatoires :

Activité 1: ***Comment déterminer un angle ?***

1. *Trace deux demi-droites* $[Ox)$ et $[Oy)$ *de même origine* O
2. *Indique le secteur délimité par deux demi–droites. Ce secteur est appelé angle ô ou* $\widehat{xOy}$

Activité 2: ***Mesure d'un angle***

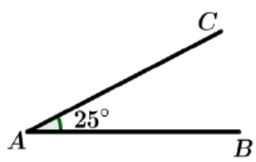
Pour mesurer un angle on utilise le rapporteur. Le rapporteur est gradué en degrés, il permet de mesurer les angles. Comment mesurer les angles ?

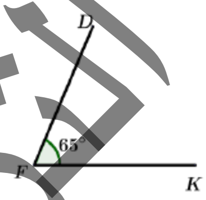
Trace trois angles puis donne leurs mesures en suivant les étapes ci-dessous :

1. *Place le petit trou (centre du rapporteur) sur le sommet de l'angle ;*
2. *Place la graduation 0 sur un des côtés de l'angle en faisant tourner le rapporteur ;*
3. *Lis la mesure de l'angle se lit sur le 2ème côté de l'angle.*

Activité 3: ***Angles complémentaires***

1. *Dans les figures ci-dessous calcule la somme : mesure* $\widehat{ABC}$ + *mesure* $\widehat{KFD}$.
   Que constates-tu ?

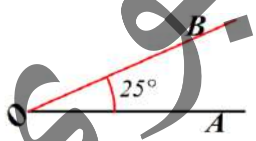


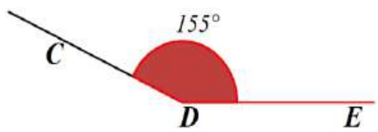


2. *Construis avec ton rapporteur les deux angles* $\widehat{ABC} = 38^\circ$, $\widehat{DEF} = 52^\circ$.
3. *Calcule* $mes\ \widehat{ABC} + mes\ \widehat{DEF}$.

Activité 4: ***Angles supplémentaires***

Voici deux angles.





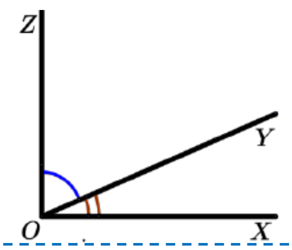
1 . Calcule $\widehat{AOB}$ + *mesure*$\widehat{CDE}$. *Que constates-tu ?*

On dit que l'angle $\widehat{AOC}$ *est supplémentaire à l'angle* $\widehat{CDE}$.

2. Construis deux autres angles dont la somme de leurs mesures est 180°.

Activité 5: ***Angles adjacents***

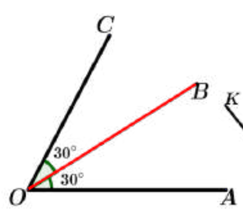
On donne la figure ci-contre.

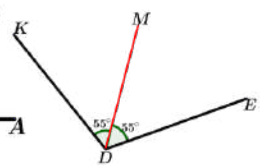


1. *Qu'est-ce que les angles* $\widehat{xOy}$ *et* $\widehat{yOz}$*ont en commun ? Quelles sont leurs positions par rapport au côté commun* $[Oy)$.
   On dit que ces angles sont adjacents.
2. *Reproduis la figure puis trace une demi-droite* $[Ou)$ *telle que les angles* $\widehat{xOz}$*et* $\widehat{xOu}$ *soient adjacents. Peux-tu tracer d'autres ?*

Activité 6: ***Bissectrice d'un angle***

On donne les deux figures ci-contre :





1. *Reproduis ces figures à l'aide d'un rapporteur et d'une règle*
2. *Complète :* $mes\ \widehat{AOB} = \cdots°$ *:*$mes\ \widehat{BOC} = \cdots°$;
   $mes\ \widehat{EDM} = \cdots°$; $mes\ \widehat{MDK} = \cdots°$.
   Dans la première figure $[OB)$ *partage l'angle* $\widehat{AOC}$ *en deux angles ....*
   Dans la deuxième figure $[DM)$*partage l'angle* $\widehat{EDK}$ *en deux....................*

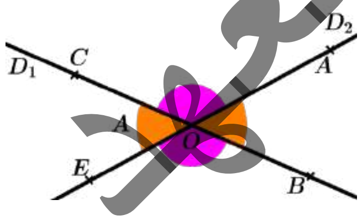
Activité 7: Construction de la bissectrice d'un angle à l'aide du compas

Pour tracer la bissectrice d'un angle $\widehat{xOy}$ suis le programme suivant :

1. *Trace un arc de cercle de centre O ; marque les points A et B où cet arc coupe les côtés.*
2. *Trace un arc d'un cercle de centre A en gardant la même ouverture du compas.*
3. *Trace un arc d'un cercle de centre B en gardant la même ouverture du compas.*
4. *Marque C le point commun entre ces deux deniers arcs puis trace la demi-droite $[OC)$.*
5. *Vérifie, à l'aide du rapporteur que la demi-droite est la bissectrice $[OC)$.*

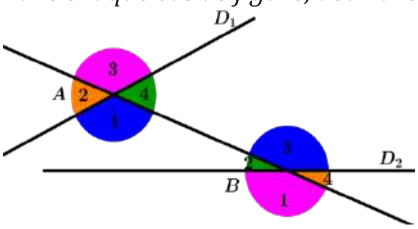
Activité 8: Angles opposés par le sommet

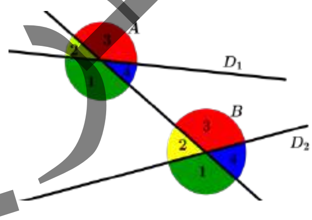
1. *Trace deux droites D_1 et D_2 sécantes en O. (voir figure ci-contre)*
   Soient $A \in D_2, B \in D_1, C \in D_1$ et $E \in D_2$. Les angles en $\widehat{COA}$ et $\widehat{BOE}$ sont opposés.
   Quels sont les deux autres angles opposés dans cette figure.
2. *Mesure les angles opposés $\widehat{COA}$ et $\widehat{BOE}$, puis $\widehat{COE}$ et $\widehat{BOA}$.*
   Conclus.



Activité 9: Angles formés par deux droites et une sécante

Dans chaque cas de figure, deux droites D_1 et D_2 sont coupées par une droite Δ





Les deux angles :

- $\widehat{A_1}$ *et* $\widehat{B_3}$ *sont appelés alternes- internes.*
- $\widehat{A_3}$ *et* $\widehat{B_1}$ *sont appelés alternes -externes.*

Les deux angles :

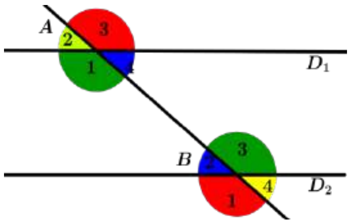
- $\widehat{A_4}$ *et* $\widehat{B_4}$ *sont appelés angles correspondants.*
- $\widehat{A_1}$ *et* $\widehat{B_1}$ *sont appelés angles correspondants.*

Peux-tu trouver deux autres angles alternes-internes ? Alternes-externes ? Correspondants ?

Activité 10: Angles formés par deux droites parallèles et une sécante

On donne deux droites D_1 et D_2 parallèles coupées par une droite (AB). **(Voir figure ci-contre)**

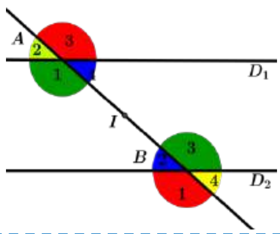
1. *Cite deux angles alternes-internes, puis avec le rapporteur mesure-les. Que constates-tu ?*
2. *Peux-tu trouver deux autres angles alternes-internes dans la figure ? Ont-ils la même mesure ?*
3. *Cite deux angles alternes-externes, puis avec le rapporteur mesure-les.*
   Que constates-tu ?
4. *Peux-tu trouver deux autres angles alternes-externes dans la figure ? Ont-ils la même mesure ?*



Activité 11:

On donne deux droites D_1 et D_2 parallèles coupées par une droite (AB).

1. *Cite deux angles correspondants, puis avec le rapporteur mesure-les.*
   Que constates-tu ?
2. *Peux-tu trouver deux autres angles correspondants dans la figure ?*
   Ont-ils la même mesure ?



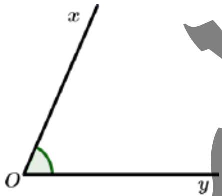
II. Je retiens :

2. Notion et mesure d'angle :

Définition 1:

Un angle est déterminé par :

- Son sommet qui est un point :
- Deux côtes qui sont deux demi-droites ayant la même origine : le sommet de l'angle



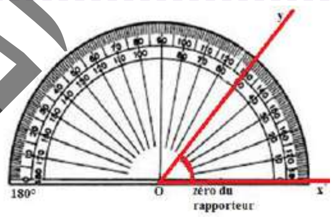
L'angle représenté ci-dessus peut être noté $\widehat{xoy}$ou $(\widehat{[ox),[oy)})$ ou simplement $\hat{o}$.
Les demi-droites $[Ox)$ et $[Oy)$ sont les côtés de cet angle et le point O son sommet

Remarque 1 :

- Si A et B sont respectivement deux points des demi-droites $[Ox)$ et $[Oy)$, on peut noter également cet angle $\widehat{AOB}$ ou $(\widehat{[OA),[OB)})$.
- Pour indiquer un angle sur une figure, on utilise, en général, un petit arc pour l'identifier.

Régle 1 :

Pour mesurer l'angle $\widehat{xoy}$:
On place le rapporteur de façon à faire coïncider le sommet O de l'angle avec le centre du rapporteur de telle sorte que le Zéro du rapporteur se trouve sur $[Ox)$, la mesure de l'angle est alors donnée par le nombre écrit sur le rapporteur en face de $[Oy)$.



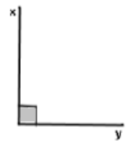
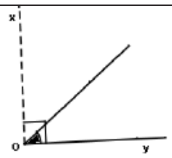
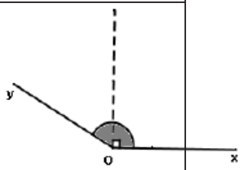
Remarque 2 :

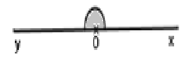
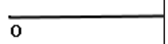
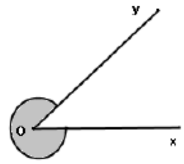
- Dans une figure, si deux angles ont la même mesure, ils sont identifiés par une même marque ou codés de la même manière ;
- D'autres unités de mesure des angles existent comme le grade :

Le grade, ou degré centésimal (par opposition au degré sexagésimal), ou encore radian, est une unité de mesure des angles. Un grade vaut 0,9°. Un angle droit mesure 100 grades et un angle plat mesure 200 grades.

Résumé :

Selon la valeur de la mesure d'un angle on peut distinguer les différents types d'angles suivants :

Différents types d'angles :	*Angles saillants*	*Angle droit* $\widehat{xoy} = 90°$	
		Angle aigu $\widehat{xoy} < 90°$	
		Angle obtus $\widehat{xoy} > 90°$	

		Angle plat $\widehat{xoy} = 180°$	
		Angle nul $\widehat{xoy} = 0°$	
Angle rentrant $\widehat{xoy} > 180°$			

2. Angles complémentaires, supplémentaires :

Définition 2:

Deux angles complémentaires sont deux angles dont la somme des mesures est $90°$.

Définition 3:

Deux angles supplémentaires sont deux angles dont la somme des mesures est $180°$.

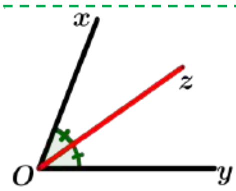
3. Angles adjacents et Bissectrice d'un angle :

Définition 4:

Des angles qui ont même sommet, un côté commun et sont situés de part et d'autre de ce côté commun sont deux angles adjacents.

Définition 5:

On appelle bissectrice de l'angle $\widehat{xoy}$ *la demi-droite* $[oz)$ *qui partage l'angle* $\widehat{xoy}$ *en deux angles adjacents égaux.*



4. Angles opposés, alternes- internes /externes et correspondants :

Définition 6:

Deux angles opposés par le sommet sont des angles dont les côtés de l'un sont des demi-droites opposées aux côtés de l'autre.

On admet les propriétés suivantes :

Propriétés 1:

Si deux angles alternes-internes sont formés par deux droites parallèles et une sécante, alors ils ont même mesure.

Propriétés 2:

Si deux angles alternes-externes sont formés par deux droites parallèles et une sécante, alors ils ont même mesure.

Propriétés 3:

Si deux droites forment avec une sécante deux angles alternes-internes ou alternes-externes de même mesure alors elles sont parallèles.

III. Je sais - faire :

Enoncés des exercices d'application :

Exercice d'application 1

On donne trois points A, B et C.

1. Trace les demi-droites $[AC)$ et $[AB)$ puis marque l'angle $\widehat{CAB}$.
2. Construis l'angle $\widehat{CAB}$.

Exercice d'application 2

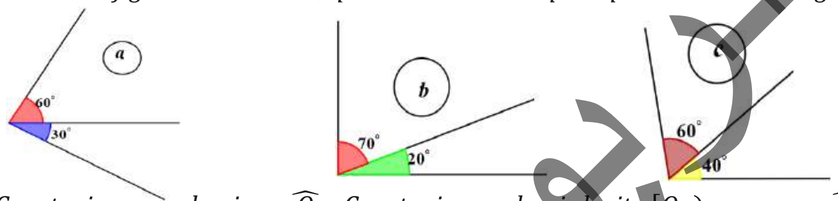
Construis un angle $\widehat{xoy}$ de mesure 137°, construis la demi-droite $[ot)$ vérifiant les conditions suivantes :

- $\widehat{xot}$ est un angle droit ;
- $\widehat{yot}$ est un angle aigu.

1. Mesure l'angle puis vérifie le résultat obtenu par le calcul ;
2. Construis une demi-droite $[oz)$ pour que $\widehat{xoz}$ soit un angle plat ;
3. Construis $[ou)$ pour que $\widehat{xou}$ et $\widehat{uot}$ soient deux angles aigus ;
4. Sur la figure cite deux angles aigus, obtus et droits.

Exercice d'application 3

1. Parmi les figures ci-dessous, quelles sont celles qui représentent des angles complémentaires.



2. Construis un angle aigu $\widehat{xOy}$. Construis une demi-droite $[Oz)$ pour que $\widehat{xOy}$ et $\widehat{xOz}$ soient complémentaires puis mesure ces angles ;

3. Complète le tableau suivant :

Angle	15°	23°	37°	41°	59°	68°	75°	88°
Complémentaire								

Exercice d'application 4

1. Parmi les angles cités de ce tableau ci-dessous indique ceux qui sont supplémentaires.

Angle	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$	$\hat{D}$	$\hat{E}$	$\hat{F}$
Mesure de l'angle	120°	85°	60°	90°	70°	95°

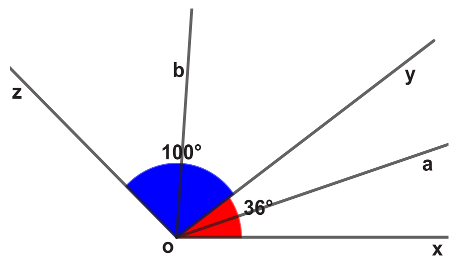
2. Construis un angle $\widehat{xOy}$.
   Construis une demi-droite $[Oz)$ pour que $\widehat{xOy}$ et $\widehat{xOz}$ soient supplémentaires ;
3. Complète le tableau suivant :

Angle	33°	49°	68°	92°	105	154	161	174
Supplémentaire								

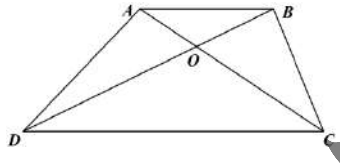
Exercice d'application 5

On donne la figure ci-contre :

1. Construis les demi- droites $[ox)$, $[oy)$ et $[oz)$ en respectant les mesures indiquées.
2. Trace $[oa)$ la bissectrice de l'angle $\widehat{xoy}$, puis $[ob)$ la bissectrice de l'angle $\widehat{zoy}$
3. Mesure $\widehat{aob}$. Pouvait–on prévoir ce résultat ?



Exercice d'application 6

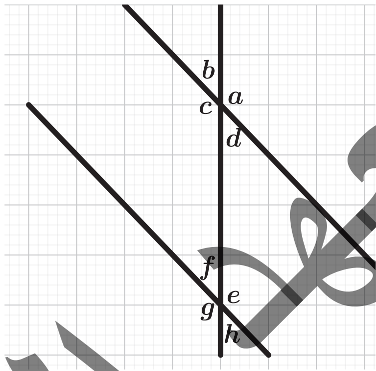


On donne le trapèze ABCD voir la figure ci-contre.

1. *Cite des angles opposés par le sommet dans cette figure.*
2. *Montre que* $\widehat{BOA} = \widehat{CBD} + \widehat{BCA}$.

Exercice d'application 7

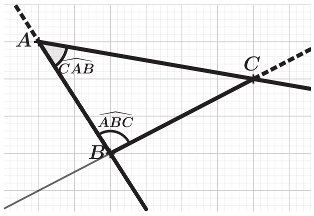
On considère la figure ci-contre. Réponds par Vrai ou faux aux affirmations suivantes :



1. *Les angles a et e sont correspondants.*
2. *Les angles d et f sont alternes internes.*
3. *Les angles c et f sont alternes externes.*
4. *Les angles g et f sont supplémentaires.*
5. *Les angles a et f sont alternes internes.*
6. *Les angles b et d sont opposés par le sommet.*
7. *Les angles b et g sont supplémentaires.*
8. *Les angles d et h sont alternes externes.*
9. *Les angles d et e sont correspondants.*
10. *Les angles c et h sont supplémentaires.*

Solutions des exercices d'application

Exercice d'application 1

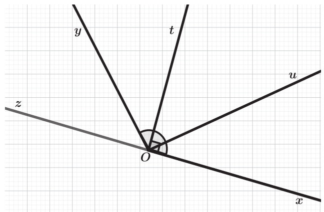


On donne trois points A, B et C.

1. *Je trace les demi-droites* $[AC)$ *et* $[AB)$ *puis je marque l'angle* $\widehat{CAB}$.
2. *Je construis l'angle* $\widehat{ABC}$.**(voir figure ci-contre)**

Exercice d'application 2

Je construis un angle $\widehat{xoy}$ *de mesure* $137°$, *je construis la demi-droite* $[ot)$ *vérifiant les conditions suivantes :*

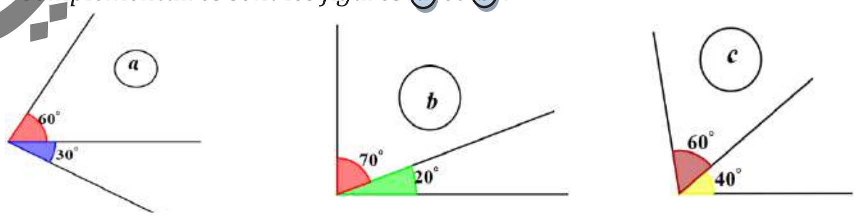


- $\widehat{xot}$ *est un angle droit ;*
- $\widehat{yot}$ *est un angle aigu.*

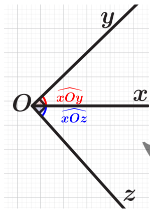
1. *Je mesure l'angle* $\widehat{yot}$, *je trouve* $47°$ *puis je vérifie le résultat obtenu par le calcul en écrivant :*
   $mes(\widehat{xoy}) = mes(\widehat{xot}) + mes(\widehat{yot})$; *donc :*
   $mes(\widehat{yot}) = mes(\widehat{xoy}) - mes(\widehat{xot}) = 137° - 90° = 47°$.
2. *Je construis une demi-droite* $[oz)$ *pour que* $\widehat{xoz}$ *soit un angle plat ;*
3. *Je construis* $[ou)$ *pour que* $\widehat{xou}$ *et* $\widehat{uot}$ *soient deux angles aigus ;*
4. *Sur la figure je cite deux angles :*
   - *aigus* $\widehat{yot}$ *et* $\widehat{yoz}$,
   - *obtus* $\widehat{xoy}$ *et* $\widehat{zou}$
   - *droits* $\widehat{xot}$ *et* $\widehat{zot}$.

Exercice d'application 3

1. *Parmi les figures ci-dessous, celles qui représentent des angles Complémentaires sont les figures* ⓐ *et* ⓑ.



2. Je construis un angle aigu $\widehat{xOy}$.
Je construis une demi-droite $[Oz)$ pour que $\widehat{xOy}$ et $\widehat{xOz}$ soient complémentaires puis je mesure ces angles : $\widehat{xOy} = 47{,}73°$ et $\widehat{xOz} = 42{,}27°$.



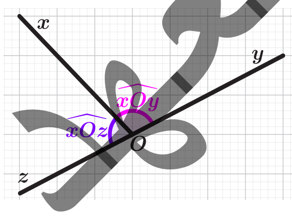
3. Complète le tableau suivant :

Angle	15°	23°	37°	41°	59°	68°	75°	88°
Complémentaire	75°	67°	53°	49°	31°	22°	15°	2°

Exercice d'application 4

1. Parmi les angles cités de ce tableau ci-dessous ceux qui sont Supplémentaires sont : $\widehat{A}$ et $\widehat{C}$, $\widehat{B}$ et $\widehat{F}$.

Angle	$\widehat{A}$	$\widehat{B}$	$\widehat{C}$	$\widehat{D}$	$\widehat{E}$	$\widehat{F}$
Mesure de l'angle	120°	85°	60°	90°	70°	95°

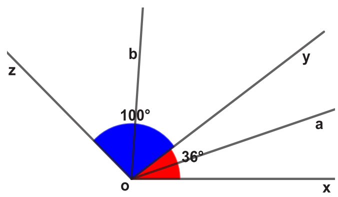


2. Je construis un angle $\widehat{xOy}$.Je construis une demi-droite $[Oz)$ pour que $\widehat{xOy}$ et $\widehat{xOz}$ soient supplémentaires ;
3. Je complète le tableau suivant :

Angle	33°	49°	68°	92°	105°	154°	161°	174°
Supplémentaire	147°	131°	112°	88°	75°	26°	19°	6°

Exercice d'application 5

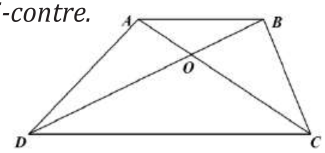
1. Je construis les demi- droites $[ox)$, $[oy)$ et $[oz)$ en respectant les mesures indiquées.
2. Je trace $[oa)$ la bissectrice de l'angle $\widehat{xoy}$, puis $[ob)$ la bissectrice de l'angle $\widehat{zoy}$
3. Je mesure $\widehat{aob}$ à l'aide du rapporteur, j'obtiens 68°.



Ce résultat est prévisible car les angles $\widehat{xoy}$ et $\widehat{yoz}$ sont adjacent ayant en commun le coté $[oy)$.

Exercice d'application 6

1. Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{COD}$ sont opposés par le sommet dans la figure ci-contre.
2. L'angle $\widehat{BOA}$ est le supplémentaire de l'angle $\widehat{BOC}$,
C'est-à-dire : $\widehat{BOA} + \widehat{BOC} = 180°$. (1)
D'autre part la somme des angles du triangle BOC est égale à 180°
ou encore $\widehat{CBO} + \widehat{BOC} + \widehat{BCO} = 180°$.(2)
Puisque est le point d'intersection des diagonales du trapèze ABCD, alors $\widehat{CBO} = \widehat{CBD}$ et $\widehat{BCO} = \widehat{BCA}$, donc : $\widehat{BOA} + \widehat{BOC} = \widehat{CBD} + \widehat{BOC} + \widehat{BCA}$.

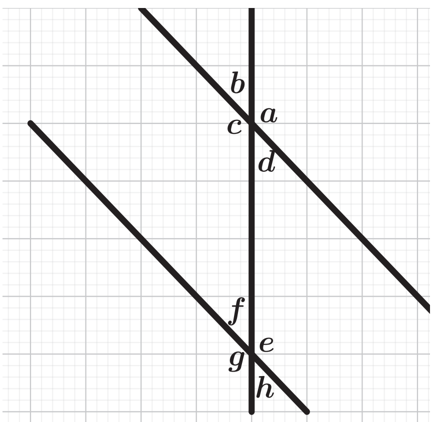


En retranchant $\widehat{BOC}$ des deux membres de cette égalité ; on obtent l'égalité : $\widehat{BOA} = \widehat{CBD} + \widehat{BCA}$.

Exercice d'application 7

On considère la figure ci-contre.
Je réponds par Vrai ou faux aux affirmations suivantes :

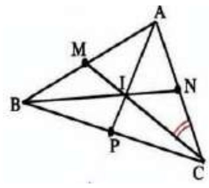
1. Les angles a et e sont correspondants. Vrai
2. Les angles d et f sont alternes internes. Vrai
3. Les angles c et f sont alternes externes. Faux
4. Les angles g et f sont supplémentaires. Vrai
5. Les angles a et f sont alternes internes. Faux
6. Les angles b et d sont opposés par le sommet. Vrai
7. Les angles b et g sont supplémentaires. Vrai
8. Les angles d et h sont alternes externes. Faux
9. Les angles d et e sont correspondants. Faux
10. Les angles c et h sont supplémentaires. Vrai



IV. Je m'exercice :

Exercice 1 : *Nommer des angles*

Sur la figure ci-contre, l'angle $\widehat{NCI}$ peut aussi se nommer $\widehat{ACM}$ ou $\widehat{NCM}$ ou $\widehat{ACI}$



a. Indique une autre façon de nommer chacun des angles suivants : $\widehat{BAC}$; $\widehat{ABN}$; $\widehat{BNC}$; $\widehat{APC}$; $\widehat{MCB}$

b. Y a-t-il plusieurs façons de nommer l'angle avec les noms des points de la figure ?

Exercice 2 : *Repérer des angles*

Sur la figure de l'exercice1, cite deux angles de sommets I ; exemple : $\widehat{AIN}$ $\widehat{AIC}$

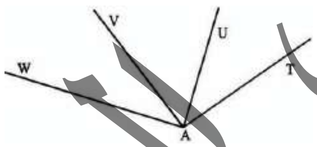
Exercice 3 : *Marquer des angles*

Trace un quadrilatère ABCD ; ses deux diagonales se coupent en I. Sur la figure :

a. Marque l'angle $\widehat{ABD}$ en rouge
b. Marque l'angle $\widehat{BIC}$ en vert
c. Marque l'angle $\widehat{AID}$ en bleue

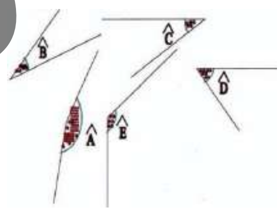
Exercice 4 : *Angle adjacents*

Cite les paires d'angles adjacents de la figure ci-dessous.



Exercice 5 : *Comparaison d'angles*

Reproduis à l'aide de la règle et du compas les angles suivants.



Exercice 6 : $\widehat{XOY}$ et $\widehat{YOX}$

On décalque un angle ; est-il possible de poser le calque de telle façon que le côté [OY) du calque coïncide avec le côté [OX) du modèle et le côté [OX) du calque coïncide avec le côté [OY) du modèle ?

Qu'en résulte-t-il pour les angles $\widehat{XOY}$ et $\widehat{YOX}$?

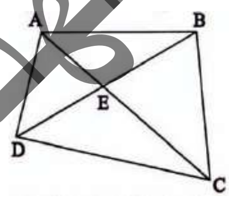
Exercice 7 : *Sur un cercle*

Trace un cercle et une corde [AB] de ce cercle. D'un même côté de la droite (AB), place sur le cercle trois points P, Q et R. Mesure les angles $\widehat{APB}$; $\widehat{AQB}$; $\widehat{ARB}$ et compare leurs mesures.

Exercice 8 : *Aigu ; Obtus*

En utilisant l'équerre cherche les angles aigus et les angles obtus de la figure ci-contre :

Conseil : *Présenter les réponses en faisant deux listes*



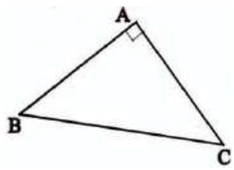
Angles aigus	Angles obtus
$\widehat{DAC}$	$\widehat{DAB}$
……	…….

Exercice 9 : *Isocèle*

Trace un triangle ABC isocèle en A (A est le sommet principal). Compare les deux angles $\widehat{ABC}$; $\widehat{ACB}$ en pliant ? Que remarque-t-on ?

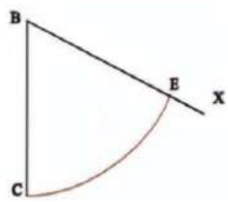
Exercice 10 : *Reproduction d'un angle*

Avec un compas et une règle non graduée construis un triangle ayant les mêmes longueurs des côtés que le triangle ABC ci-contre.



Exercice 11 : *Reproduis un arc de cercle avec la règle et le compas*

EC un arc de cercle de centre B, avec une règle non graduée et un compas reproduis cet arc de cercle en vraie grandeur sur une feuille non quadrillée



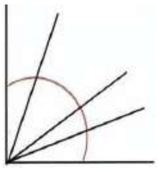
Exercice 12 : *Angles d'un triangle*

a. Construis un triangle ABC tel que : AB = 11cm; BC= 9cm; AC=7cm.
b. Mesure ses angles avec le rapporteur.

Exercice 13 :

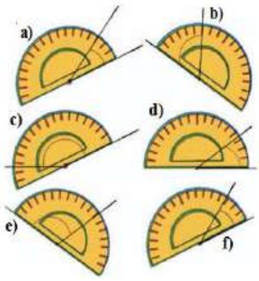
Reporte plusieurs fois le même angle.
Trace cinq demi-droites [SU); [SV); [SW); [SX); [SY) telles que:
$\widehat{USV} = \widehat{VSW} = \widehat{WSX} = \widehat{XSY}$

Conseil : Pour reporter facilement les angles avec le compas, tracer un arc de cercle de centre S.



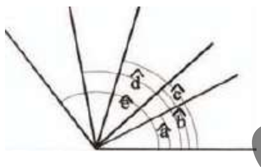
Exercice 14 : **Mesure d'un angle**

Utilisation du rapporteur ; place le rapporteur Dans chacun des cas suivants le rapporteur est placé de façon à lire directement la mesure de l'angle en rouge ; si oui donne cette mesure



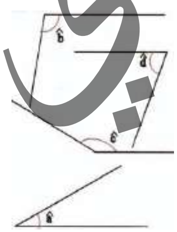
Exercice 15 : **Mesurer avec le rapporteur**

Mesure les angles : $\hat{a}$; $\hat{b}$; $\hat{c}$; $\hat{d}$ et $\hat{e}$; avec le rapporteur, indique les angles aigus, les angles obtus.



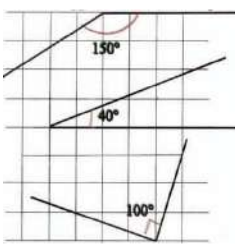
Exercice 16 : **Estimer une mesure**

a. Sans rapporteur, en regardant simplement les angles $\hat{a}$; $\hat{b}$; $\hat{c}$; $\hat{d}$; dis si leurs mesures sont comprises entre 0° et 45°; entre 45° et 90°; entre 90° et 135° ou entre 135° et 180°
b. Vérifie avec un rapporteur.



Exercice 17 : **A vue d'œil**

Deux des mesures indiquées sont fausses sans utiliser le rapporteur trouve lesquelles :

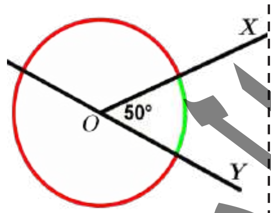


Exercice 18 : **Angle droit ; angle plat**

a. Trace deux droites perpendiculaires (xy) et (zt) qui se coupent en A.
b. Cite les angles droits, les angles plats.

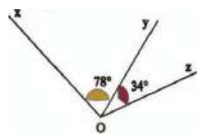
Exercice 19 : **Angle rentrant**

L'angle en vert de la figure ci-contre s'appelle un angle rentrant.
O est son sommet, les deux demi-droites [OX) et [OY) sont ses côtés ; on le note $\widehat{XOY}$.
L'angle en rouge est l'angle saillant qu'on note $\widehat{XOY}$ qui a le même sommet et les mêmes côtés.
Calcule la mesure de l'angle saillant $\widehat{XOY}$.



Exercice 20 : **Calculer une mesure**

Dans le cas suivant ; calcule la mesure de l'angle $\widehat{XOZ}$



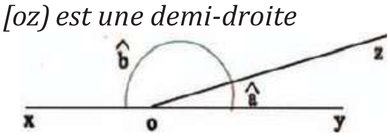
Exercice 21 :

Construction avec la règle et le rapporteur

Sur une feuille non quadrillée trace trois angles :
$\widehat{XAY}$; $\widehat{ZBT}$; $\widehat{UCV}$; tels que : $\widehat{XAY} = 50°$; $\widehat{ZBT} = 92°$; $\widehat{UCV} = 144°$.

Exercice 22 : **En faire tout un plat**

Sur la figure suivante le point O est sur la droite (xy) ; [oz) est une demi-droite d'origine O.
Calcule la mesure de l'angle $\hat{b}$ dans chacun des cas suivants :
$\hat{a} = 15°$; $\hat{a} = 63°$; $\hat{a} = 98°$; $\hat{a} = 124°$
Dans quels cas $\hat{b}$ est-il aigu ? Obtus ?



Exercice 23 : **Savoir lire le rapporteur**

Dis si les angles $\hat{a}$; $\hat{b}$; $\hat{c}$; $\hat{d}$ des figures ci-dessous sont aigus ou obtus ?

Donne leur mesure en degré.

Exercice 24 : **Avec un angle et deux côtés**

Construis un triangle ABC tel que :
$\widehat{BAC} = 65°$; AB = 7 cm; AC = 5 cm.

Exercice 25 : ***Avec un côté et deux angles***

Construis un triangle ABC tel que :

$AB = 8cm$; $C\widehat{A}B = 48°$; $C\widehat{B}A = 84°$

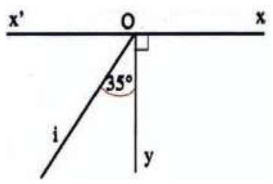
Exercice 26 :

Construis un triangle DEF tel que :

$DE = 7cm$; $\widehat{FDE} = 35°$; $\widehat{DEF} = 115°$

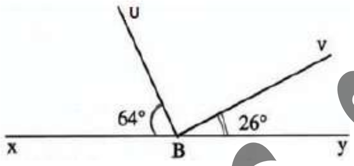
Exercice 27 : ***Angles***

a. Trace une droite (xx') ; place un point O sur cette droite.
b. D'un même côté de (xx'), trace deux demi-droites [Oy) et [Oi) comme le montre la figure ci-contre.



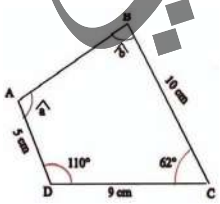
Exercice 28 :

a. Trace une droite (xy) ; place un point B sur cette droite et trace les deux demi-droites [BU) et [BV) comme le montre la figure à main levée dessinée ci-contre :
b. Calcule les mesures des angles $U\widehat{B}V$; $X\widehat{B}V$ et $Y\widehat{B}U$



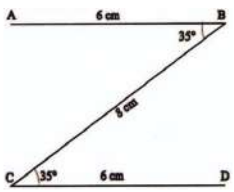
Exercice 29 : ***Quadrilatère***

a. Reproduis le quadrilatère ABCD avec les dimensions indiquées sur la figure.
b. Mesure les angles $\hat{a}$ et $\hat{b}$.



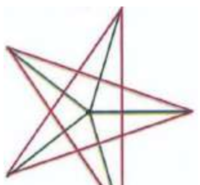
Exercice 30 : ***Le signe de ZORO***

a. Sur une feuille non quadrillée, trace la ligne polygonale ABCD avec les dimensions sur la figure ci-contre :
b. Avec la règle et l'équerre vérifie que : (AB)// (CD)



Exercice 31 :

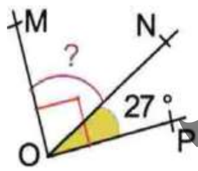
Dis comment on peut construire cette figure (utilise un rapporteur)



Exercice 32 :

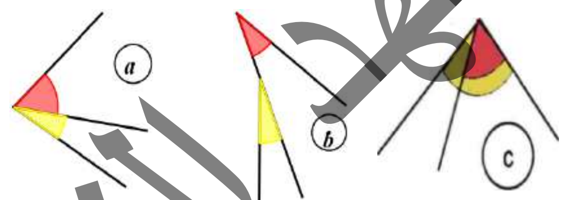
Calcule la mesure de l'angle $M\widehat{O}N$.

Explique pourquoi.



Exercice 33 : ***Nomme des angles***

Pour chaque figure, dis si les angles marqués l'un en rouge, l'autre en jaune sont adjacents ou non. Pourquoi ?



Exercice 34 : ***Construction des angles***

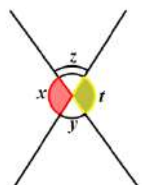
a. Construis deux angles adjacents supplémentaires $u\hat{o}t$ et $t\hat{o}v$ tels que : $u\hat{o}t = 78°$. Quelle est la mesure de $t\hat{o}v$?
b. Sans rapporteur, Souleymane a construit deux angles adjacents complémentaires et égaux. Explique la démarche de Souleymane.

Exercice 35 : ***Avec et sans rapporteur***

1. Trace au rapporteur un angle dont la mesure $\hat{a}$ vaut 35°. Sans rapporteur, trace un angle $\hat{a}'$ qui lui est complémentaire. Quelle est la mesure de $\hat{a}'$?
2. De la même façon, trace le complémentaire de chacun des angles suivants :
   $\hat{e} = 52°$; $\hat{\imath} = 23°$; $\hat{u} = 90°$; $\hat{o} = 145°$.
   Fais le même exercice, en remplaçant dans l'énoncé, le mot" complémentaire" par "supplémentaire".

Exercice 36 : ***Calcul mental***

1. Quelle est la mesure du complémentaire de chacun des angles suivants :
   30° ? 45° ? 89° ? 1° ? 68° ? 17° ?
2. Quelle est la mesure du supplémentaire de chacun des angles suivants :
   60° ? 20° ? 90° ? 45° ?
   67° ? 35° ?
3. Voici deux droites sécantes. Trouve en degrés y, z, t dans

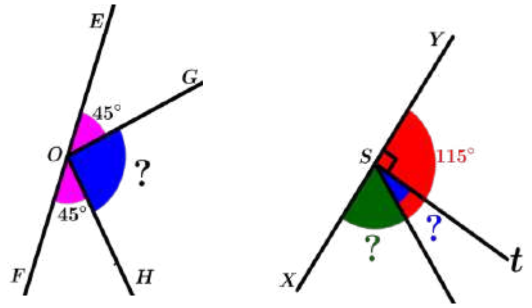


les cas suivants lorsque :

$x = 30°$; $x = 45°$; $x = 90°$.

Exercice 37 : Calcul des angles

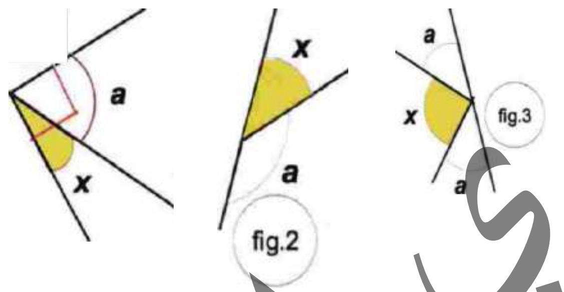
On donne les deux figures ci-dessous.
Calcule les angles marqués d'un"?".



Justifie tes réponses.

Exercice 38 : Calcul littéral

Dans chaque cas, écris a en fonction de x



Exercice 39 :

a. Construis un angle $x\hat{o}y$ tel que: $x\hat{o}y = 70°$
b. Avec la règle et le compas, construis la bissectrice (d) de cet angle.
c. Avec le rapporteur, vérifie que (d) partage $x\hat{o}y$ en deux angles de 35°.

Exercice 40 :

a. Construis un triangle ABC tel que :
$BC = 10cm$; $AB = 6cm$; $AC = 9cm$.
b. Avec la règle et le compas, construis la bissectrice de l'angle $B\hat{A}C$. Elle coupe le segment [BC] en I. Mesure BI et IC.

Exercice 41 :

a. Construis un triangle ABC tel que :

$B\hat{A}C = 110°$; AB = 6 cm ; AC = 10 cm.

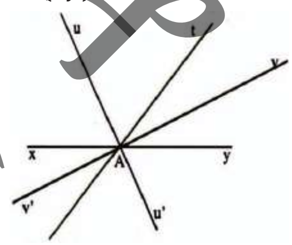
b. Avec la règle et le compas, construis la droite d, bissectrice de l'angle $B\hat{A}C$. Elle coupe [BC] en I. Calcule la mesure de $B\hat{A}I$.

Exercice 42 : Angles opposés par le sommet

a. Trace deux droites (XY) et (ZT) qui se coupent en O, les angles $\widehat{XOZ}$ et $\widehat{YOT}$ ont le même sommet O et leurs côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre ; on dit qu'ils sont opposés par le sommet. Compare ces angles en pliant.
b. Compare les angles $\widehat{XOT}$ et $\widehat{YOZ}$.

Exercice 43 :

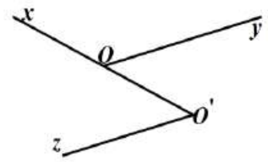
Sur la figure ci-dessous :
- A est un point de la droite (xy) et $x\hat{A}t = 130°$.
- (uu') est la bissectrice de l'angle $x\hat{A}t$;
- (vv') est la bissectrice de l'angle $y\hat{A}t$.



a. Calcule les mesures des angles :
$t\hat{A}y$; $u\hat{A}v$; $t\hat{A}v$ et $u'\hat{A}v'$.
b. Que peut-on affirmer pour les droites (uu') et (vv').

Exercice 44 :

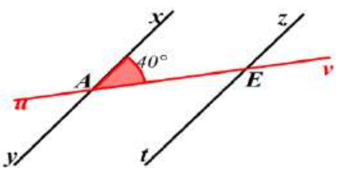
On donne la figure ci-dessous.



Par rapport à quelles droites, les angles $x\hat{O}'z$ et $O'\hat{O}y$ sont alternes- internes ?
Précise relativement à quelles droites et quelle sécante ?

Exercice 45 :

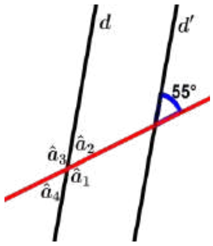
Dans la figure ci-dessous, les droites (xy) et (zt) sont parallèles. Recopie et complète les phrases suivantes :



- La sécante (...) coupe les droites parallèles (.....) et (.....) aux points ... et ... ".
- Les angles $x\hat{A}v$ et $z\hat{E}v$ sont................, ils sont donc égaux. Donc : $z\hat{E}v$ =.......^{o}
- Les angles $x\hat{A}v$ et $u\hat{E}t$ sont............., ils sont donc égaux. Donc : $u\hat{E}t$ = ...^{o}

Exercice 46 :

Dans la figure ci-contre, les droites d et d' sont parallèles.
Calcule les angles $\widehat{a_1}$, $\widehat{a_2}$, $\widehat{a_3}$ et $\widehat{a_4}$ indiqués sur la figure. Justifie tes réponses.



Exercice 47 : Construire des droites

Réalise les deux figures suivantes :

Figure a :

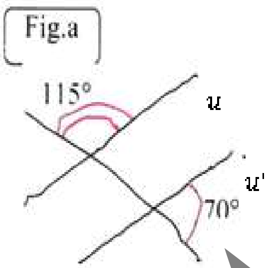
Une sécante coupe deux droites parallèles en faisant avec elles un angle de 65°.

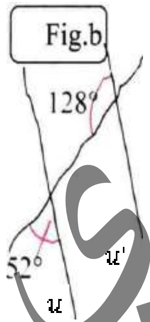
Figure b :

Deux droites parallèles sont coupées par une sécante avec un angle de 115°.

Exercice 48 : Des figures à main levée

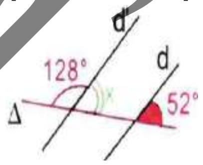
Dans chacune des deux figures suivantes, précise si les droites u et u' sont parallèles ou non.





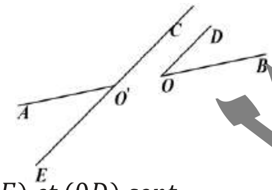
Exercice 49 : Prouver le parallélisme

1. Reproduis la figure donnée ci-dessous
2. Détermine à l'aide du rapporteur la mesure x de l'angle indiqué puis calcule sa valeur.
3. Prouve que d et d' sont parallèles.



Exercice 50 : Prouver le parallélisme

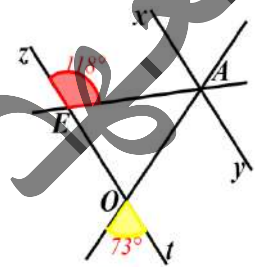
Dans la figure ci-contre ; les points A, O, O', B sont alignés et les angles $A\hat{O}'C$ et $B\hat{O}D$ sont supplémentaires.
Prouve que les droites (CE) et (OD) sont parallèles.



Exercice 51 : Calculer les angles d'un triangle

Dans la figure donnée ci-contre, les droites (xy) et (zt) sont parallèles.

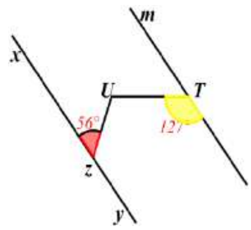
1. Calcule les angles $\hat{A}$. $\hat{E}$ et $\hat{O}$ du triangle AEO.



Calcule la somme $\hat{A} + \hat{E} + \hat{O} =$ .....

Exercice 52 : Prouvez-le .....

Dans la figure ci- contre $(mt) \mathbin{//} (xy)$



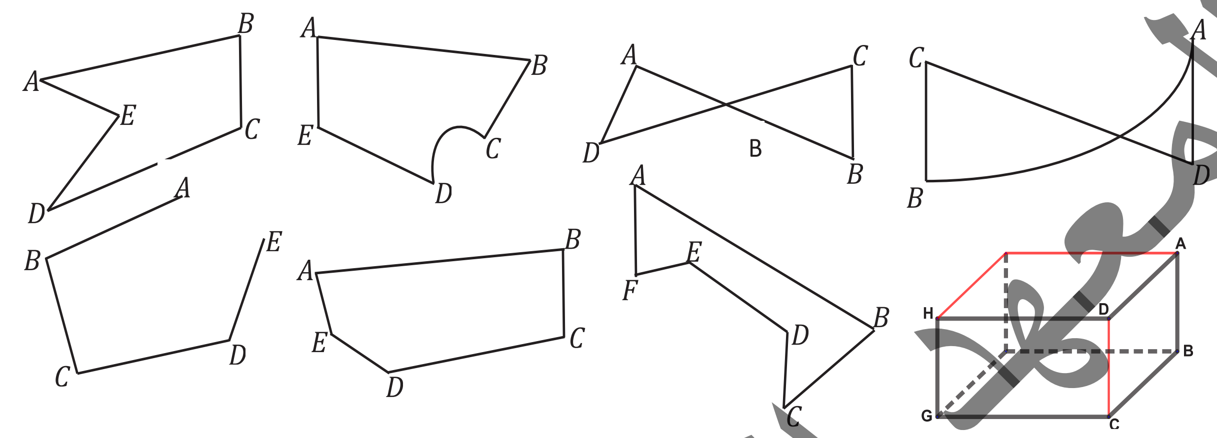
Souleymane affirme :
« La mesure de l'angle $z\widehat{U}T$ vaut juste 100° »
A-t-il raison ? Justifie ta réponse.

Chapitre 10 Les polygones

I. Activités préparatoires :

Activité 1: *Notion de polygone*

On donne les figures suivantes dont les sommets sont nommés par des lettres :



Parmi ces figures, quelles sont celles qui sont planes et composées de segments.

Activité 2: *Notion de trapèze*

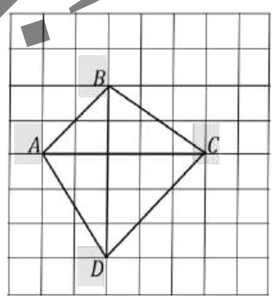
1. *On donne un rectangle PQRS. Place les points I et J tels que I milieu de* $[PS]$ *et J milieu de* $[QR]$.
2. *Choisis un point K de* $[PQ]$, *construis le point L tel que I milieu de* $[KL]$.
3. *Choisis un point M de* $[RS]$, *construis le point N tel que J milieu de* $[MN]$.
4. *Quelle est la nature du quadrilatère PKSL ? PNMS ? KLMN ?*
5. *Si K est milieu de* $[PQ]$. *Quelle est la nature du quadrilatère PRJK ?*

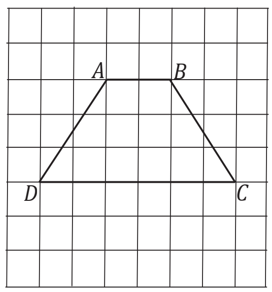
Activité 3: *Eléments métriques d'un trapèze*

L'unité sur les quadrillages est le centimètre.

On donne les deux figures ci-contre

1. *A l'aide d'une règle graduée mesure le périmètre du trapèze ABCD dans chacun des cas.*
2. *A l'aide de quadrillage, détermine l'aire du trapèze ABCD dans les deux figures.*
3. *Peut-on retrouver cette aire en utilisant la formule de l'aire d'un trapèze ?*





Activité 4: *Notion de Polygones réguliers*

On donne un point O du plan.

1. *Trace le cercle de centre O et de rayon 3.*
2. *Choisis un point A sur ce cercle. Porte cinq fois sur ce cercle une ouverture du compas égale au rayon à partir du point A, on construit ainsi cinq points qu'on désigne par : B, C, D, E et F.*
3. *Trace les segments :* $[AB], [BC], [CD], [DE], [EF]$ *et* $[FA]$. *Que peux-tu dire du polygone obtenu ? Mesure les angles aux sommets du polygone*
4. *Trace les rayons :* $[OA], [OB], [OC], [OD], [OE]$ *et* $[OF]$ *du cercle ; puis mesure les angles* $\widehat{AOB}, \widehat{BOC}, \widehat{COD}, \widehat{DOE}, \widehat{EOF}$ et $\widehat{FOA}$.
5. *Que représente le point O pour ce polynôme.*

Activité 5: *Construction d'un polygone*

On donne un carré PQRS, dont les diagonales $[RP]$ *et* $[QS]$ *se coupent en O.*

1. *Trace les cercles dont les centres sont les sommets du carré et passant par O.*
2. *Nomme A, B, C, D, E, F, G et H les points d'intersection de ces cercles avec les côtés du carré.*

Quelle est la nature du polygone ABCDEFGH ?

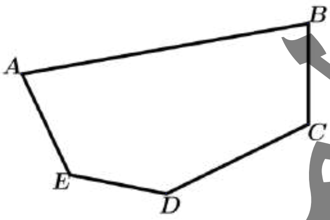
II. Je retiens :

1. Notion de polygone :

Définition 1:

Un polygone est une figure plane fermée composée uniquement de segments, dans laquelle chaque deux segments consécutifs ont deux supports différents et ont en commun une seule extrémité.

- *Les segments sont appelés les côtés du polygone ;*
- *Les extrémités des côtés sont appelés les sommets de ce polygone.*



Exemple 1:

Le triangle est un polygone qui a trois cotés et trois sommets.

Le parallélogramme est un polygone qui a quatre cotés et quatre sommets.

Remarque 1 :

- *Deux sommets sont dits consécutifs s'ils se suivent, c'est-à-dire s'ils sont les extrémités d'un même côté.*
- *Trois sommets consécutifs n'appartiennent pas à un même côté.*

Définition 2:

Une diagonale d'un polygone est un segment dont les extrémités sont deux sommets non consécutifs de ce polygone.

Définition 3:

- *Un polygone formé de 3 côtés est un triangle.*
- *Un polygone formé de 4 côtés est un quadrilatère.*
- *Un polygone formé de 5 côtés est un pentagone.*
- *Un polygone formé de 6 côtés est un hexagone.*
- *Un polygone formé de 7 côtés est un heptagone.*
- *Un polygone formé de 8 côtés est un octagone.*

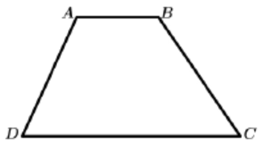
2. Trapèze :

Définition 4:

Un trapèze est un quadrilatère convexe ayant deux côtés opposés parallèles.

Les deux côtés parallèles sont les bases : la petite et la grande base.

$[AB]$ est la petite base et $[DC]$ est la grande base.



Remarque 2 :

Soit ABCD est un trapèze de bases $[AB]$ et $[CD]$.

- *Si $(AD) \perp (CD)$, on dit que le trapèze est rectangle en A.*
- *Si $AD = BC$; on dit que le trapèze est isocèle.*

Régle 1 :

L'aire d'un trapèze ABCD de bases $[AB]$ et $[CD]$ et de hauteur $[AH]$ est égale au produit de la moyenne des bases par la hauteur. Elle est donnée par la formule :

$$\mathcal{A}_{(ABCD)} = \frac{(AB + CD) \times AH}{2} = \frac{(AB + CD)}{2} \times AH$$

Remarque 3 :

- *Une diagonale d'un trapèze, d'un quadrilatère en général, le divise en deux triangles, donc la somme de ses angles est 360°*
- *Si les diagonales d'un trapèze sont perpendiculaires, l'aire de trapèze est la moitié du produit des mesures de ses diagonales*

3. Polygones réguliers :

Définition 5:

Un polygone régulier est un polygone convexe dont les côtés ont la même longueur et les angles ont la même mesure.

- *Un polygone régulier à 3 côtés est un triangle équilatéral ;*
- *Un polygone régulier à 4 côtés est un carré ;*
- *Un polygone régulier à 5 côtés est appelé pentagone régulier ;*
- *Un polygone régulier à 6 côtés est appelé hexagone régulier ;*
- *Un polygone régulier à 7 côtés est appelé heptagone régulier ;*
- *Un polygone régulier à 8 côtés st appelé octogone régulier.*

Remarque 4 :

Le polygone ABCDEF, de l'activité 4, a six côtés égaux et six angles de même mesure, il est appelé hexagone régulier et son angle au centre est 60°.

Remarque 5 :

- *La somme des angles dans un polygone régulier à n côtés est égale à* $(\text{nombre de côtés} - 2) \times 180°$ *c'est-à dire* $(n-2) \times 180°$
- *La mesure de l'angle au sommet d'un polygone régulier à n côtés est donnée par la formule :*
  $$l'\text{angle au sommet} = \frac{\text{la somme de ses angles}}{n}$$
- *Un segment joignant un sommet du polynôme régulier au centre du cercle est appelé rayon de ce polygone.*

4. Construction d'un polygone :

Régle 2 :

Pour construire un polygone régulier on pourra, si c'est possible, utiliser :

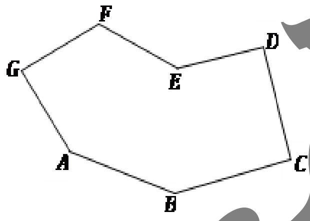
- *la mesure de l'angle au sommet connaissant la somme de ses angles ;*
- *la mesure de l'angle au centre de ce polygone.*

III. Je sais - faire :

Enoncés des exercices d'application :

Exercice d'application 1

On donne la figure ci-dessous.



1. *Quels sont les côtés de ce polygone.*
   Combien- a-t-il de sommets ?
2. *Trace trois diagonales de ce polygone en pointillé.*
3. *Combien ce polygone a-t-il de diagonales dont l'une des extrimités est le sommet A ?*
4. *Combien y a-t-il de diagonales au total ?*

Exercice d'application 2 : Construction d'un triangle

1. *Construis le triangle ABC tel que :* $AB = 7cm; BC = 8cm$ *et* $AC = 6cm$.
2. *Construis le triangle IPN tel que :* $IP = 5cm; PN = 6cm$ *et* $\widehat{IPN} = 70°$.
3. *Construis le triangle ENS tel que :* $\widehat{NES} = 65°$; $\widehat{ENS} = 70°$ *et* $NS = 8cm$.
4. *Construis le triangle SUD rectangle en D,* $DS = 5cm$ *et* $DU = 8cm$.
5. *Construis le triangle EST isocèle en E,* $\widehat{EST} = 66°$ *et* $ST = 9cm$.
6. *Construis le triangle TIR équilatéral dont le côté mesure 6 cm.*

Exercice d'application 3

Construis un triangle rectangle en A tel que AB =6cm, AC =8cm.

1. *Trace trois droites :*
   - D_1 *parallèle à* (AB) *qui coupe* $[AC]$ *en M et* $[BC]$ *en N ;*
   - D_2 *parallèle à* (AC) *qui coupe* $[AB]$ *en I et* $[BC]$ *en J ;*
   - D_3 *parallèle à* (BC) *qui coupe* $[AB]$ *en K et* $[AC]$ *en L.*
2. *Nomme trois trapèzes de la figure ; y a-t-il des trapèzes rectangles ? Cite deux d'entre elles ?*

Exercice d'application 4

Calcule l'aire d'un trapèze ABCD de petite base $AB = 12m$, *de grande base* $CD = 20m$ *et de hauteur h = 10m.*

Exercice d'application 5

On assemble par soudure des pièces métalliques identiques chacune a la forme d'un trapèze isocèle de petite base 50cm et grande base 110cm et de hauteur 40cm. Quels polygones obtient-on si la soudure assemble les deux petites bases, deux côtés à supports sécants et les deux grandes bases ?
Calcule leur aire.

Solutions des exercices d'application

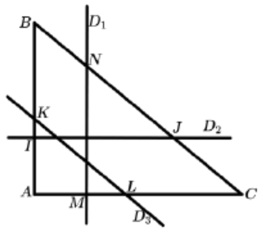
Exercice d'application 1

1. *Les côtés de ce polygone sont :* $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DE]$, $[EF]$, $[FG]$ *et* $[GA]$.
   Ce polygone a sept sommets : les points A, B, C , D , E , F et G.
2. *Tracer en pointillé les segments* $[GC]$, $[AD]$, $[BF]$ *par exemple.*
3. *Ce polygone a quatre diagonales de sommet A :* $[AC]$, $[AD]$, $[AE]$ *et* $[AF]$.
4. *Il y a, au total, 14 diagonales.*

Exercice d'application 2

1. On trace le segment $[AB]$ tel que $AB = 7cm$, et on trace un arc de cercle de centre A et de rayon 6cm et un arc de cercle de centre B et de rayon 8cm, les deux arcs se coupent en C, d'où la construction du triangle ABC.
2. On trace le segment $[PN]$ et une demi droite $[PX)$ tel que $\widehat{XPI} = 70°$, puis on trace un arc de cercle de centre N et de rayon 6cm qui coupe la demi droite $[PX)$ en I, d'où la construction du triangle IPN.
3. On trace le segment $[NS]$ tel que $NS = 8cm$, on trace une demi droite $[NX)$ tel que $\widehat{XNS} = 70°$, on trace une demi droite $[SY)$ tel que $\widehat{YSN} = 45°$. Les deux demis droits se coupent en E, d'où la construction du triangle ENS.
4. On trace un segment $[DS]$ tel que $DS = 5cm$ et une demi droite perpendiculaire à (DS) en D. On trace un arc de cercle de centre D et de rayon 8cm, qui coupe la demi droite en U. D'où la construction du triangle SUD.
5. On trace le segment $[ST]$ tel que $ST = 9cm$, on trace la demi droite $[SZ)$ telle que $\widehat{ZST} = 66°$. On trace une demi droite $[TX)$ telle que $\widehat{XTS} = 66°$, les deux demi- droites se coupent en E. D'où la construction du triangle EST.
6. On trace un segment $[TR]$ tel que TR=6cm et deux arcs de cercles de centres respectifs T et R et de même rayon 6cm qui se coupent en I. D'où la construction du triangle TIR.

Exercice d'application 3



1. Voir la construction demandée. (figure ci- contre)
2. Je donne trois trapèzes : $(BNMA)$, $(AIJC)$ et $(BKLC)$.

Les deux trapèzes $(BNMA)$ et $(AIJC)$ sont rectangles en A.

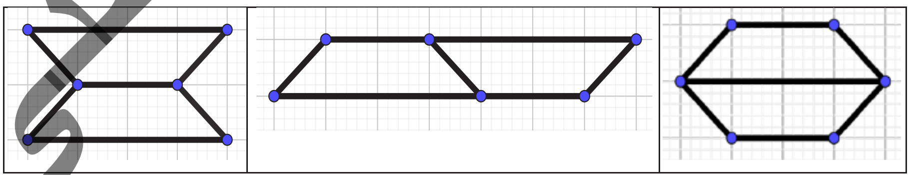
Exercice d'application 4

L'aire du trapèze ABCD est donnée par la formule $Aire(ABCD = \frac{(AB+CD)\times h}{2}$ soit

$\frac{(12m+20m)\times 10m}{2} = 160m^2$.

Exercice d'application 5

On obtient les figures suivantes :

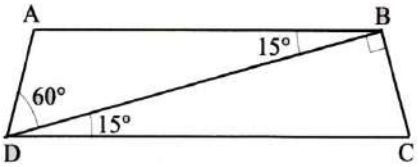


Ces figures ont une même aire égale à celle d'un parallélogramme dont la base $(110 + 50)$ et de hauteur 40 cm c'est-à-dire : $(110 + 50) \times 40cm^2$ soit $6400cm^2$.

IV. Je m'exercice :

Exercice 1 :

Voici l'esquisse d'une figure, construis-la en vraie grandeur.
Justifie que le quadrilatère ABCD est un trapèze isocèle.

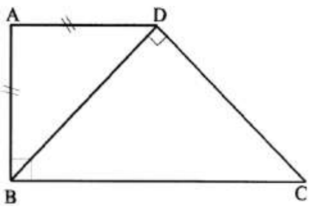


Exercice 2 :

1. *Construis un trapèze ABCD de bases* $[AB]$ *et* $[CD]$ *tel que :* $mes\hat{B} = 127°$ *et* $mes\widehat{D} = 35°$.
2. *Calcule la mesure de chacun des angles* $\hat{A}$ *et* $\hat{C}$

Exercice 3 :

1. *Construis un trapèze isocèle ABCD de base* $[BC]$ *et* $[AD]$ *tel que* $mes\hat{A} = 54°$.
2. *Calcule la mesure de chacun des angles :* $\hat{B}$, $\hat{C}$ *et* $\widehat{D}$

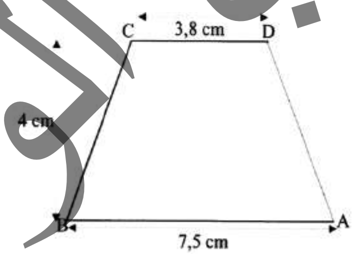


Exercice 4 :

1. *Examine la figure suivante. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?*
2. *Détermine les angles aux sommets de ce quadrilatère. En déduis la nature du triangle BCD.*

Exercice 5 :

L'unité est le centimètre.
Calcule l'aire du trapèze ABCD ci-contre.



Exercice 6 :

Un trapèze isocèle ABCD de petite base $AB = 5m$, *de grande base* $CD = 11m$ *et de hauteur* $4m$.

1. *Représente ce trapèze à l'échelle* $\frac{1}{100}$.
2. *Mesure les côtés* $[AD]$ *et* $[BC]$.
3. *Calcule le périmètre de ce trapèze, ainsi que son aire.*

Exercice 7 :

Construis un trapèze rectangle en C de petite base $AB = 6$ *cm ; de grande base* $CD = 8{,}5$ *cm et de hauteur* 6 *cm.*

1. *Mesure le côté* $[AD]$ *puis calcule le périmètre du trapèze.*
2. *Calcule l'aire du trapèze ABCD.*

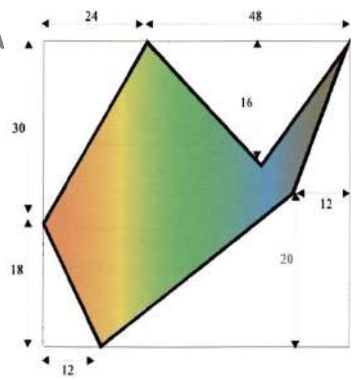
Exercice 8 :

On désigne par $\mathcal{A}$ *l'aire l'un trapèze, h sa hauteur et par a et b les longueurs respectives de sa petite base et de sa grande base.*
Recopie et complète le tableau suivant :

$a(m)$	$b(m)$	$h(m)$	$\mathcal{A}(m)$
43,2	74,5	56	
46,6		33,5	2 438,8
	27,75	18,42	605,55 75
54,63	87,37		3 124

Exercice 9 :

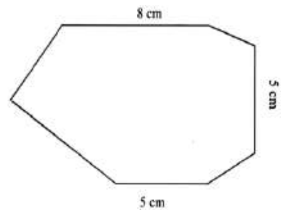
La partie colorée du dessin ci-dessous est l'esquisse d'un champ.
Calcule l'aire de ce champ.



Exercice 10 :

Voici un dessin à l'échelle $\frac{1}{100}$ *d'une pièce*

1. *Quel polygone représente cette pièce ?*
2. *Mesure les longueurs des côtés non donnés, et donne le périmètre réel de la pièce*
3. *Calcule l'aire de la pièce en* cm^2



Exercice 11 :

Construis un hexagone régulier ABCDEF inscrit dans un cercle de centre O et de rayon 4 cm.

1. *Quelle est la longueur du côté de cet hexagone régulier ? Justifie ta réponse.*
2. *Calcule le périmètre de cet hexagone.*
3. *Nomme ses axes de symétrie.*
4. *Calcule la mesure de chacun des angles de cet hexagone. Justifie ta réponse.*
5. *Déduis-en la somme des mesures des angles d'un hexagone.*

Exercice 12 :

Construis un octogone régulier inscrit dans un cercle de centre O et de rayon 4 cm.
Nomme les axes de symétrie et le centre de symétrie de cet octogone.
1. Quelle est la mesure de chacun des angles de cet octogone. Justifie ta réponse.
2. Déduis-en la somme des mesures des angles d'un octogone.

Exercice 13 :

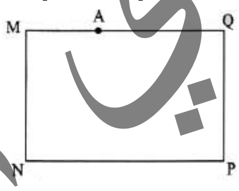
Réalise le programme de construction suivant :
1. Trace un carré de côté 8 cm.
2. Construis les milieux des côtés de ce carré.
3. Joins par des segments le milieu de chaque côté aux extrémités du côté opposé à ce milieu.
4. Colorie l'octogone régulier qui apparaît.

Exercice 14 :

1. Trace un trapèze isocèle ABCD de base $[AB]$ et $[CD]$
2. Trace les diagonales $[AC]$ et $[BD]$
3. Compare AC et BD. Justifie ta réponse.
4. Enonce une propriété sur les diagonales d'un trapèze isocèle.

Exercice 15 :

MNPQ est un rectangle, A est un point de $[MQ]$.
En utilisant la règle non graduée place le point B de $[NP]$ de façon à ce que les aires des deux trapèzes ABNM et ABPQ soient égales.
Justifie ta construction.



Exercice 16 :

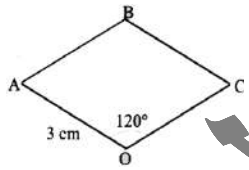
Construis un hexagone régulier ABCDEF inscrit dans un cercle de centre O et de rayon 5 cm.
a. Joins par des segments chaque sommet aux cinq autres sommets de l'hexagone.
b. Nomme tous les triangles équilatéraux, tous les losanges, tous les trapèzes isocèles de la figure. Justifie ta réponse.

Exercice 17 :

Trace un segment $[AB]$ de longueur 4 cm.
A l'aide du compas seulement construis les sommets d'un hexagone régulier dont $[AB]$ est un côté.

Exercice 18 : *L'unité de longueur est le centimètre.*

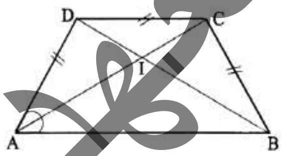
1. Reproduis la figure ci-contre où OABC est un losange tel que : $OA = 3$ et $mes\hat{O} = 120°$
2. En utilisant seulement la règle non gradué et l'équerre, construis un hexagone régulier dont $[AB]$ et $[BC]$ sont deux côtés consécutifs.



3. Trace le cercle circonscrit à cet hexagone.

Exercice 19 : *L'unité est le centimètre.*

1. Reproduis la figure ci-contre où ABCD est un trapèze isocèle tel que :
   $mes\ \hat{A} = 60°$;
   $AD = DC = 3$; $AB = 6$.



2. Construis le symétrique ABEF du trapèze isocèle ABCD par rapport à la droite(AB).
3. Justifie que le polygone BCDAFE est un hexagone régulier.
   Construis le centre de cercle circonscrit à cet hexagone

Exercice 20 :

ABCDEF est un hexagone régulier inscrit dans un cercle de centre O et de rayon r. Le triangle AOB de hauteur h, $\mathcal{A}$ est l'aire de l'hexagone. (où h est la mesure de la hauteur $[OH]$)
Justifie que $\mathcal{A} = 3 \times r \times h$.

<u>NB :</u> Un segment joignant le centre du cercle au milieu d'un côté du polygone est appelé apothème.

Exercice 21 :

1. Construis un triangle équilatéral ABC dont le côté mesure 4 cm.
2. Construis les médiatrices, elles sont sécantes au point I.
3. Construis les points D, E, F symétriques respectifs des points A, B et C par rapport au point I.
4. Trace le polygone AECDBF. Quelle est sa nature ? Justifie.

Exercice 22 :

On donne un point O du plan
1. Construis un cercle $\mathcal{C}_1$ de centre O et de rayon égal 6, choisis un point A sur ce cercle.
2. Trace le diamétre $[AA']$ et un rayon $[OB']$ perpendiculaire à $[AA']$

3. *Place le point I milieu de $[OA']$. Trace le cercle $\mathcal{C}_2$ de centre I et de rayon IB', elle coupe $[AA']$ en J.*
4. *Trace la médiatrice de $[OJ]$, elle coupe le cercle $\mathcal{C}_1$ au point B et E.*
5. *Trace le cercle $\mathcal{C}_3$ de centre B passant par A, elle recoupe $\mathcal{C}_1$ en C.*
6. *Construis le point D symétrique de C par rapport à (AA'), puis joins les points A, B, C, D et E. Quelle est la nature du polygone ABCDE ?*

Exercice 23 : Construction d'un hexagone

On donne deux points O et A distinct du plan

1. *Trace le cercle $\mathcal{C}$ de centre O passant par A, puis le cercle de centre A passant par O, elle se coupent en B et F.*
2. *Trace le cercle de centre B passant par O, elle coupe le cercle $\mathcal{C}$ en A et C.*
3. *Trace le cercle de centre C, elle coupe $\mathcal{C}$ en D ; puis trace le cercle de centre D, elle coupe $\mathcal{C}$ en E. Joins les points A, B, C, D, E et F.Quelle est la nature du polygône ABCDEF ?*

Exercice 24 : Construction d'un octagone.

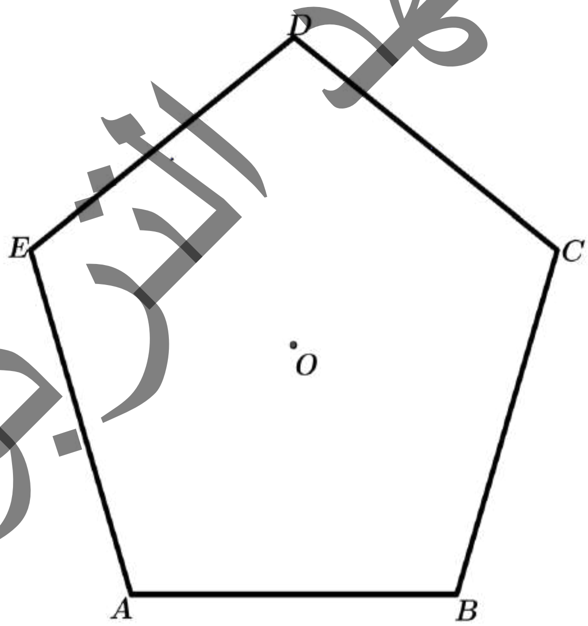
On donne O et A deux points du plans .

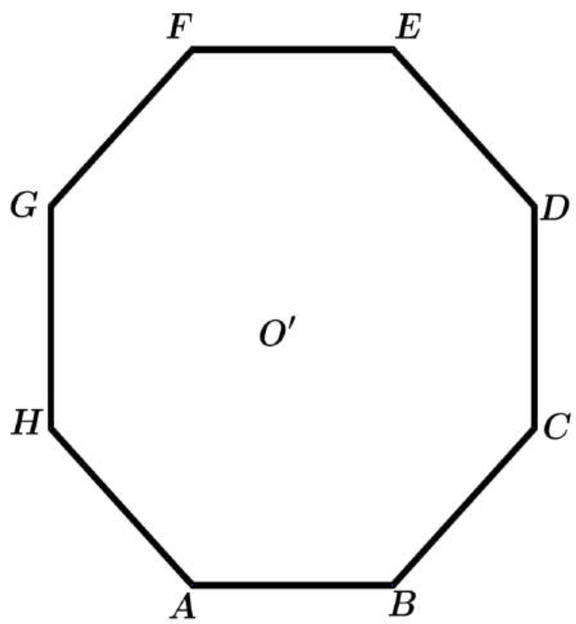
1. *Trace le cercle de centre O passant par A.*
2. *Construis le diamétre $[AE]$, puis place un diamétre $[CG]$ perpendiculaire à $[AE]$.*
3. *Trace la bissectrice de l'angle $\widehat{AOC}$, son support coupe le cercle en B et F.*
4. *Trace la bissectrice de l'angle $\widehat{COE}$,son support coupe le cercle en D et H.*
5. *Joins les points A, B, C, D, E, F, G et H. Quelle est la nature du polygone obtenu ?*

Exercice 25 : Périmètre et aire d'un polygone régulier

On donne un pentagone PQRST de centre O et un octogone ABCDEFGH de centre O' (voir figures ci-dessous)

1. *Mesure l'angle au sommet de chaque polygone.*
2. *Trace les rayons de chaque polygone. Que constates-tu ?*
3. *Trace un apothème et mesure sa longueur dans chaque polygone.*
4. *Détermine le périmètre et l'aire de chaque polygone.*
5. *Complète les phrases suivantes :*
   a. *Le périmètre d'un polygone régulier est égal au produit............... de côtés.*
   b. *L'aire de polygone régulier est égale à la somme des aires .... qui le composent.*



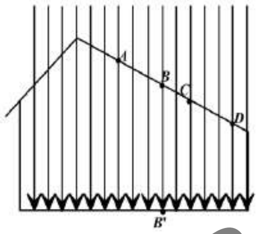


Chapitre 11 Projection orthogonale

I. Activités préparatoires :

Activité 1: *Notion de projection orthogonale*

Il pleut, les gouttes d'eau tombent suivant la direction verticale et continuent leurs trajectoires rectilignes en passant à travers des trous du toit d'une chambre. Une goutte passant par le trou B tombe en B' sur le sol. Trouve les points de chute des gouttes passant respectivement par les trous A, C et D. Que peut-on dire des trajectoires des gouttes par rapport au sol de cette chambre ?



Remarque 1 :

Si les points de chute des gouttes qui passent respectivement par les trous A, B, C et D sont notés A', B', C' et D' ; alors ces points de chute sont respectivement les projetés orthogonaux des points A, B, C et D.

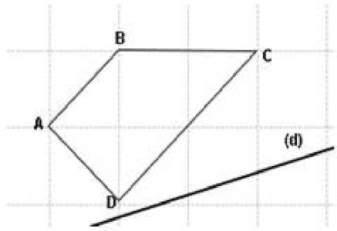
Activité 2:

On donne une droite D et un point A n'appartenant pas à D.

1. *Trace la droite d_1 passant par A est perpendiculaire à D, Marque A' le point d'intersection de d_1 et D*
2. *Choisis un autre point B, Trace d_2 la perpendiculaire à D passant par B.*
   On note B' le point d'intersection de d_2 et D.
3. *Reprends la 1ère question en choisissant un point I puis J ; avec I et J appartenant D.*
   Conclus.

Activité 3:

On donne la figure ci-contre

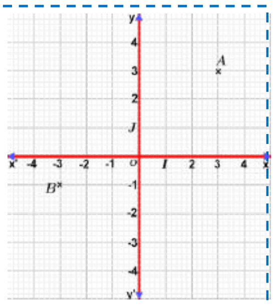


1. *Construis A', B', C' et D' les images des points A, B, C et D par $P_{(d)}$ la projection orthogonale sur (d).*
2. *Marque un point M sur le segment [AB]. Construis M' le projeté orthogonal de M sur (d). Choisis un autre point N de ce segment puis construis son image par $P_{(d)}$? Conclus.*
3. *Quelle est l'image de la droite (AB) par $P_{(d)}$?*
4. *Construis le point I milieu de [CD] puis son image $P_{(d)}$. Que peux-tu conclure des résultats obtenus de chacune des trois dernières questions ?*

Activité 4: *Projection et coordonnées*

Sur une feuille quadrillée comme dans la figure ci-contre, on a choisi deux droites perpendiculaires (xx') et (yy') ; Elles se coupent en O.

- *(xx') est graduée en prenant comme origine le point O et comme point d'abscisse 1 le point I, premier nœud du quadrillage à droite de O sur (xx')*
- *(yy') est graduée en prenant la même origine O et comme point d'abscisse 1 le point J premier nœud au-dessus de O sur la droite (yy').* ***(voir figure ci-contre).***



1. *On place sur la figure deux points A et B ; En utilisant le quadrillage.*
   a. *Marque les projetés orthogonaux sur les axes (xx') et (yy') de chacun des points A et B.*
   b. *Lis respectivement les abscisses des projetés orthogonaux de A sur chacun des axes (xx') et (yy') puis celles de B. Ecris : A(… ; …) ; B(… ; …)*
2. *Choisis deux autres points C et D sur le quadrillage.*
   Reprends les questions a. et b.

II. Je retiens :

Définition 1: Notion de projection orthogonale

Le procédé qui permet la construction de A', B', évoqué dans l'activité 2, est appelé projection orthogonale sur D elle est notée P_D et on dit :

A' est l'image de A par la projection orthogonale sur D

B' est l'image de B par la projection orthogonale sur D

Remarque 2 :

Si J est sa propre image par la projection orthogonale, on dit que J est invariant par la projection orthogonale P_D

Propriétés

- Si A, B et C sont alignés, leurs images A', B' et C' par une projection orthogonale P_D sur une droite D sont aussi alignées.
- L'image d'un segment $[AB]$ par P_D est un segment $[A'B']$ de D.
- L'image par P_D de la droite (AB) est la droite D.
- L'image par P_D du milieu d'un segment $[AB]$ et le milieu du segment $[A'B']$.

Remarque 3 :

Si $(AB) \perp$ D, l'image de la droite et celle du segment $[AB]$ par P_D sont réduites à un point de D.

Définition 2: Projection et coordonnées

Les axes (xx') et (yy') munis de leurs repères définissent un repère orthogonal du plan (O, I, J), le point O est appelé origine du repère.

Chaque point M est repéré par deux nombres $(x_M ; y_M)$ appelés coordonnées, x_M est appelé abscisse du point M et y_M est appelé ordonnée de point M.

Exemple :

On reprend les données de l'activité 4.

Le point O est d'abscisse 0 et d'ordonnée 0 ;

Le point I est d'abscisse 1 et d'ordonnée 0 ;

Le point J est d'abscisse 0 et d'ordonnée 1 ;

Le point A est d'abscisse 3 et d'ordonnée 3 ;

Le point B est d'abscisse -2 et d'ordonnée -1.

III. Je sais - faire :

Enoncés des exercices d'application :

Exercice d'application 1

Soit (d) une droite, choisis deux points A et C quelconques n'appartenant pas (d). Construis A' et C' les projetés orthogonaux des points A et C sur (d).

1. Marque un point B sur le segment $[AC]$. Construis B' le projeté orthogonal de B sur (d).
2. Marque un autre point D appartenant à la droite (AC) et construis son image D' par la projection orthogonale sur (d).
3. Soit I le milieu de $[AC]$, Construis I' le projeté orthogonal de I sur (d).

Exercice d'application 2

Soit $ABCD$ un trapèze rectangle en A de petite et grande bases respectives $[AB]$ et $[CD]$.
On considère la projection orthogonale $P_{(CD)}$

a. Construis B' l'image de B par $P_{(CD)}$

b. Complète :

$A \xrightarrow{P_{(CD)}} \dots$; $B \xrightarrow{P_{(CD)}} \dots$ $C \xrightarrow{P_{(CD)}} \dots$; $D \xrightarrow{P_{(CD)}} \dots$; $[AB] \xrightarrow{P_{(CD)}} \dots$;

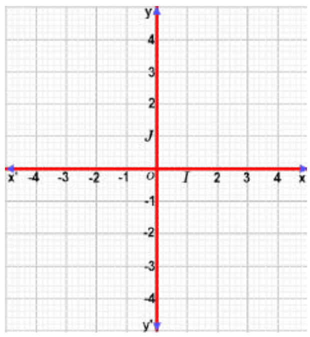
$[BC] \xrightarrow{P_{(CD)}} \dots$; $[DB] \xrightarrow{P(CD)} \dots$; $[AC] \xrightarrow{P_{(CD)}} \dots$; $(AB) \xrightarrow{P_{(CD)}} \dots$;

$(BC) \xrightarrow{P_{(CD)}} \dots$; $(AD) \xrightarrow{P_{(CD)}} \dots$; $(BD) \xrightarrow{P_{(CD)}} \dots$

c. Que peut-on dire des droites (AD) et (BB') ? Justifie ta réponse.

Exercice d'application 3

Dans le repère orthogonal ci-contre



1. Place les points $A\ (0\ ;\ 4)$, $B\ (-2{,}5\ ;\ 0)$
2. Place le point $C\ (-2\ ;\ 4)$. Que peut-on dire du (AC) ? Choisis un point M sur (AC). Quelle est son ordonnée
3. Place le point $D(-2{,}5\ ;\ 3)$. Que peut-on dire de (BD) ?
4. Choisis un point N sur (BD). Que peut-on dire son abscisse ?
5. Quelles sont les coordonnées du point d'intersection de (AC) et (BD) ?

Exercice d'application 4

Construis un triangle ABC isocèle en A et le point I milieu du segment $[BC]$.

1. Construis K et J respectivement les projetés orthogonaux des points C et I sur (AB).
2. Complète l'affirmation suivante : le point J est le milieu de.........
3. On suppose que l'aire du triangle ABC est $24cm^2$ et le côté AB mesure $8cm$. Quelles sont les longueurs des segments$[KC]$ et $[IJ]$.

Exercice d'application 5

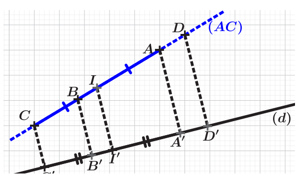
Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre O.

1. Construis E et F les projetés orthogonaux respectifs de A et C sur (BD).
2. Construis G et H les projetés orthogonaux respectifs de B et D sur (AC)
3. Quelle est la nature de $AECF$? De $EGFH$? Justifie tes réponses.

Solutions des exercices d'application

Exercice d'application 1

Soit (d)une droite, choisis deux points A et C quelconques n'appartenant pas (d). Je construis A' et C', les projetés orthogonaux des points A et C sur (d).



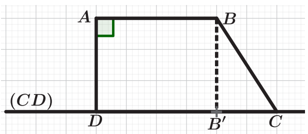
1. Je marque un point B sur le segment $[AC]$.
   Je construis B' le projeté orthogonal de B sur (d).

2. Je marque un autre point D appartenant à la droite (AC) et je construis son image D' par la projection orthogonale sur (d).
3. Soit I le milieu de $[AC]$, je construis I' le projeté orthogonal de I sur (d).

Exercice d'application 2

Soit $ABCD$ un trapèze rectangle en A de petite et grande bases respectives $[AB]$ et $[CD]$.

On considère la projection orthogonale $P_{(CD)}$.



a. Je construis B' l'image de B par $P_{(CD)}$.

b. Je complète :

$A \xrightarrow{P_{(CD)}} D$; $B \xrightarrow{P_{(CD)}} B'$; $C \xrightarrow{P_{(CD)}} C$; $D \xrightarrow{P_{(CD)}} D$; $[AB] \xrightarrow{P_{(CD)}} [DA]$;

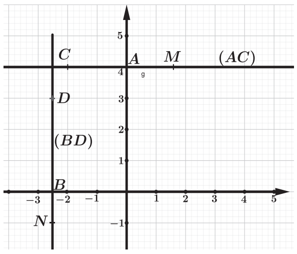
$[BC] \xrightarrow{P_{(CD)}} [AC]$; $[DB] \xrightarrow{P_{(CD)}} [DA]$; $[AC] \xrightarrow{P_{(CD)}} [DC]$; $(AB) \xrightarrow{P_{(CD)}} (DA)$; $(BC) \xrightarrow{P_{(CD)}} (AC)$;

$(AD) \xrightarrow{P_{(CD)}} D$; $(BD) \xrightarrow{P_{(CD)}} (AD)$.

c. Les droites (AD) et (BB') sont parallèles, car elles sont perpendiculaires à la droite (CD).

Exercice d'application 3

Pour les réponses aux questions 1. ,2. ,3., 4. voir la figure ci-contre



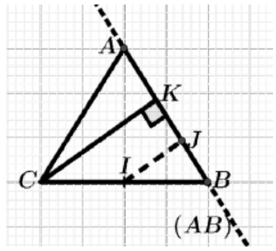
5. La droite (AC) est parallèle à (xx') passe par le point M d'ordonnée 4 et la droite (BD) est parallèle à (yy') passe par le point N d'abscisse -2,5 ; l'intersection de (AC) et (BD) est le point $(-2{,}5\ ;\ 4)$

Exercice d'application 4

Je construis un triangle ABC isocèle en A et le point I milieu du segment $[BC]$.

1. Je construis K et J respectivement les projetés orthogonaux des points C et I sur (AB).
2. Je complète l'affirmation suivante : le point J est le milieu de$[KB]$.
3. On suppose que l'aire du triangle ABC est $24cm^2$ et le côté AB mesure 8cm.

   Une formule donnante l'aire du triangle ABC est ;



$\boldsymbol{A}(ABC) = \frac{AB \times CK}{2}$, donc $24cm^2 = \frac{AB \times CK}{2}$;

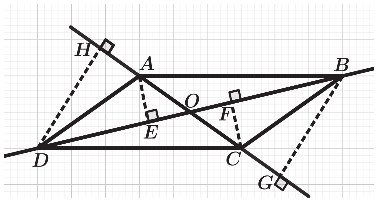
d'où : $CK = \frac{2 \times 24}{AB} = \frac{2 \times 24}{8} = 6cm$.

I et J sont les milieux respectifs de $[BC]$ et $[KB]$,

donc $IJ = \frac{1}{2} \times CK = 3cm$.

Exercice d'application 5

Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre O.



1. Je construis E et F les projetés orthogonaux respectifs de A et C sur (BD).
2. Je construis G et H les projetés orthogonaux respectifs de B et D sur (AC).
3. Les points A et C ont pour projetés orthogonaux respectifs E et F sur (BD), comme O est le milieu de $[AC]$ alors son projeté orthogonal est le milieu de $[EF]$ et de plus il appartient à la droite (BD) donc il est invariant par la projection orthogonale sur cette droite ; d'où O est aussi milieu de$[EF]$. Par conséquence le quadrilatère $AECF$ est un parallélogramme. De même les points B et D ont pour projetés orthogonaux respectifs G et H sur (AC), comme O est le milieu de $[BD]$ alors son projeté orthogonal est le milieu de $[GH]$ et de plus il appartient à la droite(AC) donc il est invariant par la projection orthogonale sur cette droite ; d'où O est aussi milieu de $[GH]$. Or on sait déjà que O est milieu de $[EF]$, on conclut que le quadrilatère $EGFH$ est un parallélogramme.

IV. Je m'exercice :

Exercice 1 :

Etant donné un triangle ABC rectangle en A ; [AH] la hauteur issue de A. Quel est le projeté orthogonal :

1. *du point B sur la droite (CA).*
2. *du point C sur la droite (BA).*
3. *du point B sur la droite (AH).*

Exercice 2 :

Etant donné un carré ABCD. Quel est le projeté orthogonal :

1. *du point A sur la droite (CD).*
2. *du point C sur la droite (BD).*
3. *du point B sur la droite (AC).*

Exercice 3 :

On donne un trapèze isocèle ABCD de bases [AB] et [CD]. Les points I et J sont les milieux respectifs de [AB] et [CD].

Quelles sont les images des points A, B, C et D par $P_{(IJ)}$ *la projection orthogonale sur la droite (IJ).*

Exercice 4 :

1. *Construis un triangle équilatéral ABC de 4cm de côté.*
2. *Construis B', projeté orthogonal de B sur (AC).*
3. *Calcule AB'.*

Exercice 5 :

Construis un triangle ABC sachant que :

- *BC=5 cm ;*
- *A se projette orthogonalement en H sur (BC) ; CH=4 cm ; BH=9cm*
- *L'aire du triangle ABC est 7,5 cm²*

Exercice 6 :

ABC est un triangle isocèle de sommet C et tous ses angles sont aigus.

Sachant que le point H est le projeté orthogonal de A sur (BC) et que A se trouve sur d, construis A puis B.

Exercice 7 :

ABC est un triangle quelconque et M un point situe à l'intérieur de ce triangle.

M se projette orthogonalement en A' sur (BC), en B' sur (AC) et en C' sur (AB),

Comment choisir M pour que : MA' = MB' = MC' ?

Exercice 8 :

On projette orthogonalement les sommets B et C d'un triangle ABC sur la médiane issue de A.

On désigne par E et F les points obtenus.

Quelle est la nature du quadrilatère BECF ?

Exercice 9 :

On donne deux droites d et d' sécantes en O.

1. *Choisis deux points A et B distincts de O respectivement sur d et d'. Construis le point M sachant que : A est le projeté orthogonal de M sur d et B est le projeté orthogonal de M sur d'.*
2. *Trouve une condition sur les deux droites pour que le quadrilatère OAMB soit un rectangle. Peut-il être un carré ?*

Exercice 10 :

Est-il possible que les trois points obtenus en projetant orthogonalement un point M sur chacun des côtés d'un triangle ABC forment le triangle des milieux.

Exercice 11 :

On considère un triangle ABC et M un point de (BC). On désigne par :

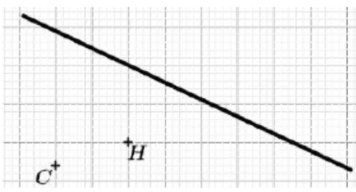
1. *U le projeté orthogonal de M sur (AB),*
2. *V le projeté orthogonal de U sur (AC),*
3. *M' le projeté orthogonal de V sur (BC).*
4. *M et M'sont-ils confondus ?*

Exercice 12 :

Soit ABC un triangle rectangle en C.

Reprends la constriction de l'exercice précédent.

Où doit-on choisir M pour que le point M'soit confondu avec M.



Exercice 13 :

Soit ABC un triangle rectangle en B.

Reprends la constriction de l'exercice précédent.

Où doit-on choisir M pour que le point M'soit confondu avec M.

Exercice 14 :

Soit ABC un triangle rectangle en A.
Reprends la constriction de l'exercice précédent.
Où doit-on choisir M pour que le point M'soit confondu avec M.

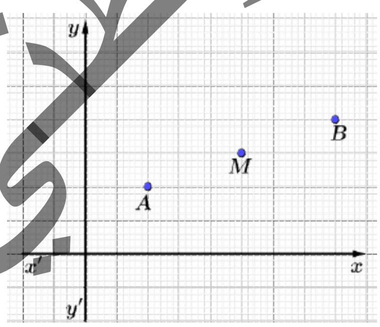
Exercice 15 :

On considère un triangle équilatéral ABC et on note I le milieu de $[BC]$.

1. Construis H_1 le projeté orthogonal de I sur (AB).
2. Construis K_1 le projeté orthogonal de H_1 sur (BC).
3. Construis H_2 le projeté orthogonal de K_1 sur (AB).
4. Construis K_2 le projeté orthogonal de H_2 sur (BC).
5. Quelles les images :
   - des segments $[AI]$ et $[H_1K_1]$ par $\mathbf{P_{(AB)}}$
   - des segments $[AB]$ et $[H_1H_2]$ par $\mathbf{P_{(BC)}}$
6. Quelle est la nature de chacun des quadrilatères $ACIH_1$; $IH_1H_2K_1$ et $H_1H_2K_2K_1$.

Exercice 16 :

1. Reproduis la figure ci- dessous.
2. Place A', B' et M' images de A, B et M par la projection orthogonale sur (x'x) sur cette figure.
3. Justifie que $x_{M'} = \frac{x_{A'}+x_{B'}}{2}$.
   Que représente l'abscisse de M par rapport à celles de A et de B ?
4. En procédant de façon analogue, justifie que : $y_M = \frac{y_A+y_B}{2}$.



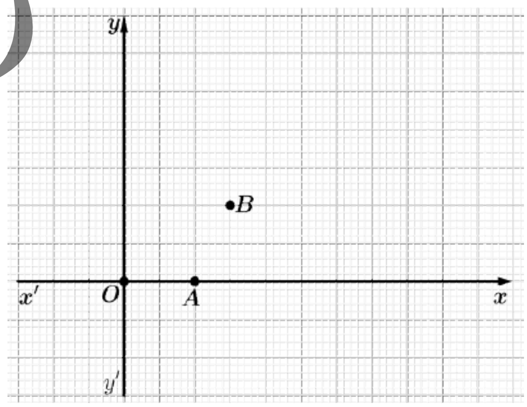
Exercice 17 :

Construis un triangle équilatéral ABC

1. Construis un point M qui admet :
   - C le projeté orthogonal sur (AC),
   - B le projeté orthogonal sur (AB),
2. Démontre que le triangle MBC est isocèle.
3. Prouve que (AM) est la médiatrice de [BC].
4. Prouve que $[AM)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$.

Exercice 18 :

1. Sur une feuille de papier quadrillée, reproduis deux axes perpendiculaires (x'x) et (y'y) portés par des droites du quadrillage (sécantes en un point O) et les deux points A et B comme l'indique la figure ci-dessous
2. Quelles sont les coordonnées des points A et B ?
3. Place $C(-1;4)$. Construis ensuite le point D tel que ABCD soit un parallélogramme. Quelles sont les cordonnées de D ?
4. A l'aide du rapporteur ou de l'équerre, vérifie que c'est un rectangle
5. Sans mesure, trouve AC.



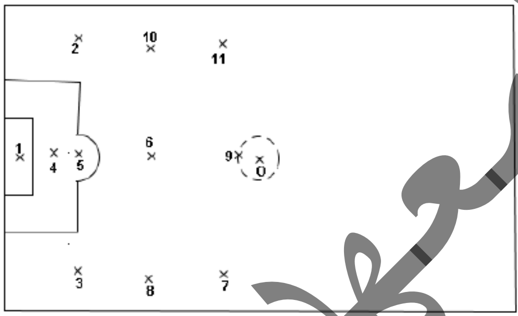
Chapitre 12 Symétrie centrale

I. Activités préparatoires :

Activité 1: *Notion de symétrie centrale*

Au début d'un match de football les onze joueurs d'un club de Nouakchott, occupent la moitié gauche du terrain. Comme l'indique la figure ci-contre :

- *Le gardien de but porte le numéro 1*
- *Les latéraux gauche et droit portent respectivement les numéros 2 et 3.*
- *Le milieu distributeur le numéro 10*
- *L'avant-centre le numéro 9.*



1. *Reproduis sur une grande feuille une figure représentant le stade et donne à chaque joueur un numéro en indiquant sa position.*
2. *En seconde période(mi-temps), les mêmes joueurs reprennent les mêmes positions dans la moitié droite du terrain. Indique ces positions en précisant les numéros des joueurs sur une grande feuille.*
3. *Que peut-on dire des positions d'un joueur donné aux débuts des deux mi-temps ?*
   Joins par un segment ces deux positions. Que représente le centre du terrain O pour ces deux positions ?

Remarque 1 :

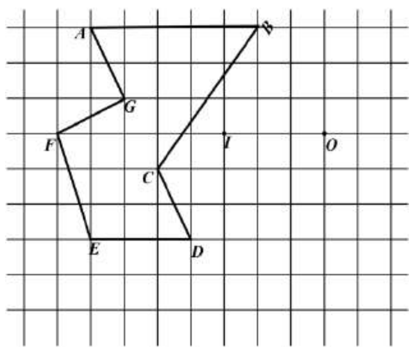
Les positions d'un joueur donné aux débuts des deux mi-temps sont symétriques par rapport au centre du terrain.

Activité 2:

On donne un point O du plan

1. *Choisis un point A différent de O, Construis le point A' tel que O est le milieu de [AA'].*
2. *Reprends la question 1. ; en prenant plusieurs autres points B, C, D, ...*
3. *Complète les phrases suivantes :*
   - *A' est .... de A par apport à O.*
   - *B' est le symétrique de .... par apport à O.*
   - *C est .... de C' .... O.*

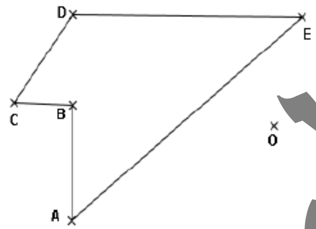
Activité 3: *Propriétés d'une symétrie centrale*



1. *Reproduis le dessin sur une feuille quadrillée*
2. *Construis les symétriques des points A, B, C, D, E, F et G.*
3. *Que peut-on dire des points A, G et C ? A', G' et C' ?*
4. *Choisis un point M du segment [AB],*
   Construis son image M' par la symétrie de centre O.
   Que remarque-t-on ?
5. *Vérifie que* $D \in (AC)$ *et que* $D' \in (A'C')$.
6. *Choisis un point N sur (AC) et vérifie que N' son symétrique par rapport à O appartient à (A'C').*
7. *Trace le cercle de centre I passant par B, Vérifie que D et G sont sur ce cercle.*
8. *Construis I' le symétrique de I par apport à O et trace le cercle de centre I' et passant par B' ; les points D' et G' appartiennent- ils à ce cercle ?*
9. *Mesure les angles* $\widehat{AGF}$ *et* $\widehat{A'G'F'}$ *puis* $\widehat{BCD}$ *et* $\widehat{B'C'D'}$. *Conclus.*

Activité 4: *Figures symétriques*

On donne la figure ci-contre



1. *Construis les images des points A, B, C, D et E par la symétrie centrale* S_O
2. *Quelle est l'image du polygone ABCDE ?*
3. *Que peut-on dire des deux figures ?*

Activité 5: *Centre de symétrie*

On Considère un parallélogramme ABCD ; On désigne par O le point d'intersection de ses diagonales [AC] *et* [BD] *et par* S_O *la symétrie centrale de* centre O.

1. *Complete ce qui suit :*

$A \xrightarrow{S_O} ...,\quad B \xrightarrow{S_O} ...,\quad C \xrightarrow{S_O} ...,\quad D \xrightarrow{S_O} ...$

$[AB] \xrightarrow{S_O} ...,\quad [BC] \xrightarrow{S_O} ...,\quad [CD] \xrightarrow{S_O} ...,\quad [DA] \xrightarrow{S_O} ....$

2. *Quelle est l'image du parallélogramme par* S_O. *Conclus.*

II. Je retiens :

1. Notion de symétrie centrale :

Définition 1:

Etant donné un point O du plan. M' est le symétrique d'un point M par rapport au point O si O est le milieu du segment [MM'].

2. Propriétés d'une symétrie centrale :

Propriétés

On admet les propriétés suivantes :

- *La symétrie centrale conserve les distances ;*
- *La symétrie centrale conserve l'alignement ;*
- *L'image d'un segment par une symétrie centrale est un segment de même longueur ;*
- *L'image du milieu d'un segment est le milieu du segment image ;*
- *L'image d'une droite par une symétrie centrale est une droite parallèle ;*
- *La symétrie centrale conserve les angles ;*
- *L'image d'un cercle par une symétrie centrale est un cercle de même rayon.*

3. Figures symétriques :

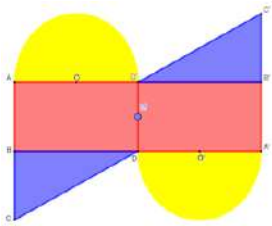
Définition 2:

Une figure $\mathscr{F}$ et son symétrique $\mathscr{F}'$ par rapport à un point O sont deux figures superposables. On dit qu'elles sont symétriques par rapport au point O.

4. Centre de symétrie :

Définition 3:

Un point O est le centre de symétrie d'une figure $\mathscr{F}$ si elle coïncide avec son image par la symétrie dont le centre est ce point.



III. Je sais - faire :

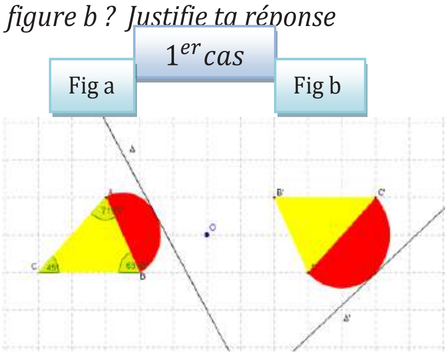
Enoncés des exercices d'application :

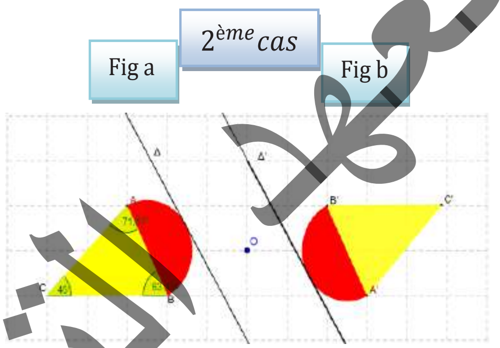
Exercice d'application 1

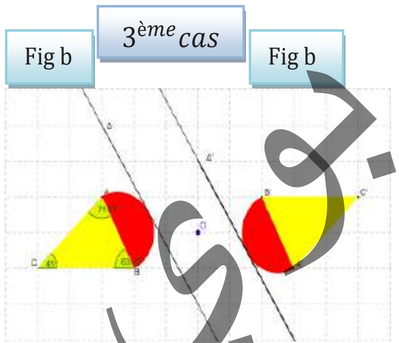
On donne un point O. Choisis quatre points A, B, C et D puis construis leurs symétriques notés A', B', C' et D' par rapport à O.

Exercice d'application 2

Dans chacun des cas ci-après, S_O la symétrie centrale de centre O transforme-t-elle la figure a en la figure b ? Justifie ta réponse

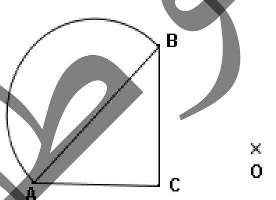


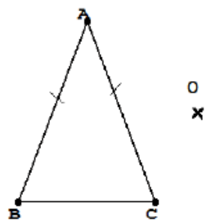




Exercice d'application 3

1. *Dans chacun des cas suivants, détermine l'image de la figure par la symétrie centrale S_O*





2. *Quelle est la nature du quadrilatère ABA'B'? Justifie ta réponse.*

Exercice d'application 4

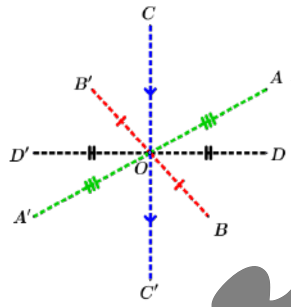
a. Construis chacune des figures suivantes et détermine le centre de symétrie s'il existe.

a. *Un triangle isocèle*
b. *Un triangle équilatéral*
c. *Un carré*
d. *Un rectangle*
e. *Un cercle*
f. *Un losange*
g. *Un trapèze*

Solutions des exercices d'application

Exercice d'application 1

Je choisis quatre points A, B, C et D, puis je construis au fur et à mesure leurs symétriques par rapport à O voir figure ci-contre.



Exercice d'application 2

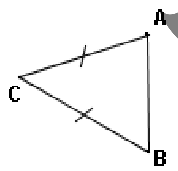
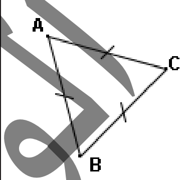
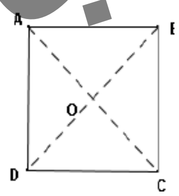
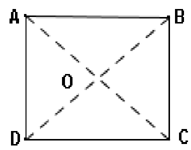
1**^{er} **cas : *Les figures a et b ne sont pas symétrique par rapport à O; car, par exemples, les droites Δ* **(de la figure a)** *et Δ'* **(de la figure b)** *ne sont pas parallèles.*

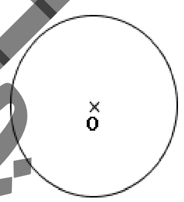
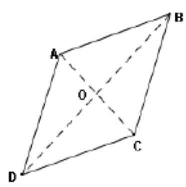
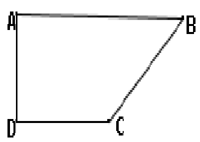
2**^{ème} **cas et 3**^{ème} **cas : *Le point O est un centre de symétrie pour les deux figures ; car les sommets des triangles sont symétriques par rapport à O et les droites sont parallèles et sont symétriques par rapport à O, ainsi que les demi- disques.*

Exercice d'application 3

1. ***Pour la première figure :*** *on construit les point A', B' et C' symétriques des points A, B et C par rapport au point O puis on trace le triangle A'B'C' et le demi-cercle de diamètre $[A'B']$ ne passant par C'.*
   Pour la deuxième figure : *on construit les symétriques des sommets du triangle par rapport à O puis on trace le triangle correspondant à ces points.*
2. *Le quadrilatère ABA'B' est un parallélogramme, car les diagonales $[AA']$ et $[BB']$ ont le même milieu O.*

Exercice d'application 4

 *Pas de centre de symétrie.*	 *Pas de centre de symétrie.*	 *Le point O est le centre de symétrie.*	 *Le point O est le centre de symétrie.*

 *Le point O est le centre de symétrie.*	 *Le point O est le centre de symétrie.*	 *Pas de centre de symétrie.*

IV. Je m'exercice :

Exercice 1 :

Sachant que A, B et O sont trois points distincts et que : $A \xrightarrow{S_O} A'$; $B \xrightarrow{S_O} B'$

Que peux- tu en déduire

- *Quant à AB' et BA' ?*
- *Quant à (AB') et (BA') ?*

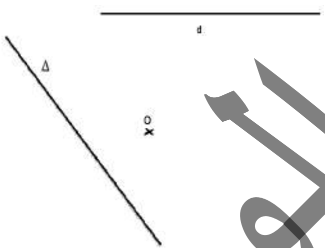
Exercice 2 :

ABC est un triangle rectangle en A ; Soit M le milieu de [BC]. On considère la symétrie de centre M

1. *Complète :* $B \xrightarrow{S_M} \ldots$ $C \xrightarrow{S_M} \ldots$
2. *Construis A' le symétrique de A par rapport à M. Quelle est la nature du quadrilatère ABA'C ?*
3. *Que peut-on dire de (BA') et (CA') ? De (BA') et (CA) ? Compare AA' et CB, puis AM et CB.*

Exercice 3 :

1. *Construis d' symétrique de d dans la symétrie de centre O*
2. *Un point A qui se trouve sur d qui a son symétrique A' sur Δ. Construis ce point A.*



Exercice 4 :

MNPQ est un parallélogramme. O est un point extérieur à ce parallélogramme.

1. *Construis les symétriques respectifs M', N', P' et Q' des points M, N, P et Q dans la symétrie de centre O. Démontre que M'N'P'Q' est un parallélogramme.*
2. *Même question avec un losange*

Exercice 5 :

Soit ABC un triangle rectangle en A et I le milieu de [AC].

1. *Construis B' le symétrique de B par rapport à I.*
2. *Démontre que les droites (AC) et (CB') sont perpendiculaires.*

Exercice 6 :

Soit ABC un triangle et Δ la parallèle à (BC) passant par A. Soit D un point de la droite (BC). La parallèle à (AB) menée par D coupe Δ en E et la parallèle à (AC) menée par D coupe Δ en F.

1. *Soit I le milieu de [AD].*
   a. *Démontre que E est le symétrique de B dans* S_I
   b. *Démontre que les droites (EC) et (BF) sont parallèles.*
2. *Compare les longueurs des côtés des triangles ABC et DEF.*

Exercice 7 :

Etant donnés une droite d et un point A extérieur à d.

1. *Comment choisir un point O de telle sorte que, dans la symétrie de centre O, la symétrie d'une droite d soit une droite d' passant par A.*
2. *Trouve un autre point I tel que* $d \xrightarrow{S_I} d'$. *Compare (OI) et d.*

Exercice 8 :

ABC est triangle équilatéral ; I, J et K les milieux respectifs des segments [BC], [AC] et [AB].

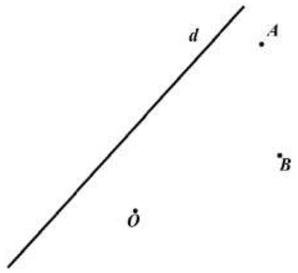
1. *Construis A' le symétrique de A dans SI. Quelle est la nature du quadrilatère ABA'C ?*
2. *Construis C' le symétrique de C dans* S_K. *Quelle est la nature du quadrilatère ACBC' ?*
3. *Démontre que B est le milieu de [A'C']. Compare A'C' et AC.*
4. *Construis B' le symétrique de B dans* S_J. *Quelle conjecture peux-tu faire en ce qui concerne le triangle A'B'C' ? Essaie de la prouver.*

Exercice 9 :

En utilisant un rapporteur et une règle graduée, construis un triangle ABC rectangle en A sachant que l'angle de sommet B mesure 30° et BC = 6cm.Soit O le milieu de [BC]. Construis D le symétrique de A dans S_O. *Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Que peux-tu dire du cercle* $\mathscr{C}$ *de centre O et de rayon 3cm.*

Exercice 10 :

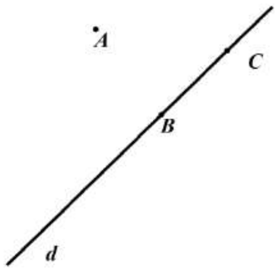
On donne voir la figure ci-contre



- *Si un cercle passe par les deux points A et B, que peux-tu dire de son centre ?*
- *Sachant que le centre C de ce cercle a son symétrique C' sur la droite d dans la symétrie de centre O trouve C et trace ce cercle.*

Exercice 11 :

Devant tracer la parallèle à une droite d passant par un point A n'appartenant pas à cette droite, Mohamed explique sa méthode : (voir figure ci-contre)



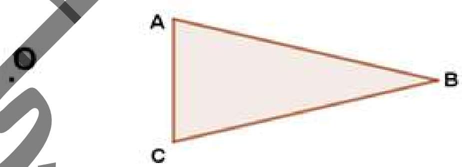
a. *Je choisis un point B quelconque sur d,*
b. *Je cherche M le milieu de [AB],*
c. *La parallèle à d est la symétrique de dans la symétrie de centre M.*

Questions :

1. *Est-ce que le raisonnement de Mohamed est valable ? Justifie ta réponse.*
2. *Si on remplace le B par le point C(ou un autre point de d) et M par N milieu de [AC], obtient-on la même droite que Mohamed ?*

Exercice 12 :

ABC est un triangle Isocèle en B. (Voir figure)
Prouve que son image A'B'C' dans la symétrie de centre O est aussi un triangle isocèle



Exercice 13 :

Soit MNP est un triangle isocèle en M.

1. *Construis Q le symétrique de N dans la symétrie de centre M*
2. *Quelle est la nature du triangle PNQ ?(On pourra considérer le quadrilatère PNRQ dans lequel R est le symétrique de p par rapport à M).*

Exercice 14 :

[BE] est le diamètre d'un cercle C de centre O. Soit A un point de C distinct de B et de E.

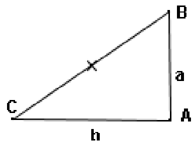
1. *Fais la figure*
2. *Démontre que le triangle BEA est rectangle.*

Exercice 15 : *Aire d'un triangle*

Rappel : *On sait que l'aire A d'un triangle rectangle de côtés a et est* $A = \frac{a \times b}{2}$.

Soit ABC un triangle rectangle en A ; O est le milieu de l'hypoténuse [BC].

1. *Construis A' le symétrique de A dans la symétrie de centre O.*
2. *Montre que ABA'C est un rectangle.*
3. *Compare l'aire du triangle ABC et l'aire de son symétrique dans* S_O



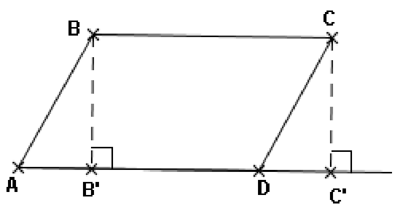
En déduis que :

Aire du triangle ABC = $\frac{1}{2}AB \times AC.$

4. *Peut-on retrouver la formule de l'aire d'un triangle quelconque.*

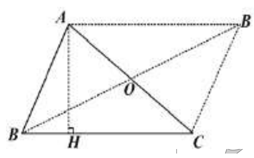
Exercice 16 : *Aire d'un parallélogramme*

Soit ABCD est un parallélogramme, B' et C' sont les pieds des perpendiculaires abaissées respectivement de B et C sur (AD)



1. *Justifie l'égalité : BC = AD*
2. *Démontre que :*
   BCC'B' est un rectangle, BC=B'C' et BB'=CC'
   En déduis : AB' = DC'.
3. *Compare les aires des triangles ABB' et DCC'*

En déduis que :



l'aire du parallélogramme ABCD = l'aire du rectangle BCC'B'.

(Donc : aire (ABCD) = $\mathbf{BC \times h}$ *; où h=BB')*

4. ***Application :*** *Pour retrouver l'aire d'un triangle quelconque.*
   Soit ABC un triangle quelconque ; O est le milieu de [AC]
   a. *Complète ce qui suit :*

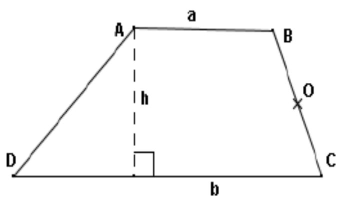
   $A \xrightarrow{S_O} ....$ $\quad C \xrightarrow{S_O} .....$ $\quad B \xrightarrow{S_O} ....$

   b. *Quelle est l'image du triangle ABC dans symétrie de centre O.*

   Montre que : $\text{aire de ABC} = \frac{1}{2}\text{ah}.$

Exercice 17 : Aire du trapèze

Soit ABCD un trapèze dont la hauteur issue de A [AH], la petite et la grande bases [AB] et [CD] mesurent respectivement AH=h, AB=a, DC=b et O le milieu de [BC]



1. *Construis le quadrilatère symétrique de ABCD dans* $\mathbf{S_O}$
2. *Démontre que le symétrique de ABCD est un trapèze. Que peut-on dire de l'aire de ABCD et de son symétrique ?*
3. *Démontre que AD'A'D est un parallélogramme ayant pour aire* $\mathbf{h(a+b)}$

   En déduis que :

$$\text{aire du trapèze } \mathbf{ABCD} = \frac{\mathbf{h(a+b)}}{\mathbf{2}}$$

Exercice 18 :

Donne des lettres de l'alphabet (écrites en majuscule) qui ont des centres de symétrie.

Exercice 19 :

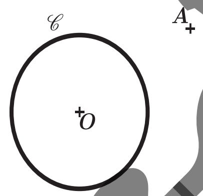
La figure formée par le carré ci-contre et les signes quelle contient admettant un centre de symétrie, compète-la.

×		−
−	·	
	+	

Exercice 20 :

Construis un parallélogramme dont les diagonales ont pour longueurs 6cm et 8cm.

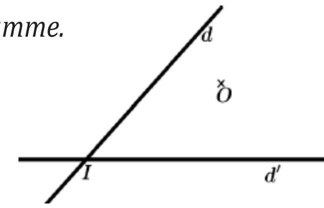
Exercice 21 :



Une figure F est constituée par le cercle 𝒞 et une droite d passant par A (figure ci-contre)
Complète F sachant qu'elle admet un centre de symétrie. Précise le centre de cette symétrie.

Exercice 22 :

Le parallélogramme LUNE a deux côtés portés par deux droites d et d' sécantes en I et dont les diagonales se coupent en un point donné O extérieur à ces droites.
Construis ce parallélogramme.



Exercice 23 :

ABCD est parallélogramme et I le milieu de [AC]. Soit M un point quelconque de (AB) et N le point d'intersection de (MI) et (DC).
Montre que NA=MC.

Exercice 24 :

Trace un quadrilatère ABCD. Soit K le milieu de [AC] et L le milieu de [BD].

1. *Construis le point E tel que ABED soit un parallélogramme.*
2. *Montre que : EC = 2KL.*

Exercice 25 :

ABCD est un parallélogramme de centre O, I est le milieu de [BD] et J le milieu de [BC].
Les droites (BI) et (DJ) coupent la diagonale [AC] respectivement en E et F.
Soit S_O *la symétrie de centre O.*

1. *Prouve que le symétrique de I dans la symétrie* S_O *est J*
2. *Détermine le symétrique de E dans la symétrie* S_O

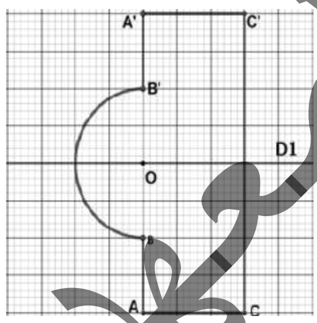
Démontre que : AE = EF = FC.

Chapitre 13 Symétrie axiale

I. Activités préparatoires :

Activité 1: Notion de symétrie axiale

1. Reproduis la figure ci-contre sur une feuille et plie la en suivant la droite D_1 de façon que les deux points A et A', B et B', C et C' se superposent.



   a. Joins les deux points A et A'; B et B' puis C et C' par un segment tracé en couleur avec des pointillés
   b. Que peut-on dire des deux droites :(AA') et D_1 ? (BB') et D_1 ? (CC') et D_1?
   c. Que représente la droite D_1 pour les segments [AA'], [BB'] et [CC'].

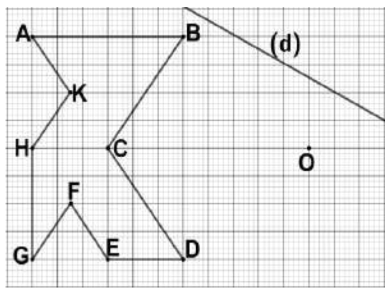
2. On donne une droite d du plan.
   a. Choisis un point A n'appartenant pas à cette droite, trace, en pointillés la perpendiculaire à d passant par A, elle coupe d en I ; construire le point A' tel que I est milieu de [AA']
   b. Reprend la question en choisissant un autre point B n'appartenant pas à d.

Remarque 1 :

Le point A'(respectivement B' et C') est le symétrique par rapport à la droite d du point A (respectivement B et C), on dit aussi que le point A'(respectivement B' et C') est le symétrique du point A(respectivement B' et C') par la symétrie axiale d'axe d

Activité 2: Propriétés d'une symétrie axiale

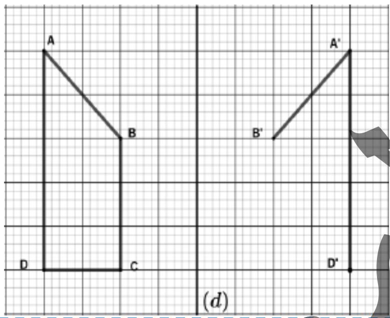
Reproduis le dessin ci-contre sur un papier quadrillé



1. Construis les images A', B', C', D', E', F', G', H', K' et O' par la symétrie axiale $\mathbf{S_d}$ des points A, B, C, D, E, F, G, F, H, K et O.
2. Que peux-tu dire des points :
   - E, F, H et de leurs images par S_d
   - B, C, D, F, G et de leurs images par S_d
   - A, K, C, D et de leurs images par S_d
3. Choisis un point M du segment [AB], construis son image par S_d. Que remarques-tu ?
4. Vérifie que :
   - Le point C est milieu du segment [AD], que représente C' pour le segment [A'D'].
   - Le point K est milieu du segment [CA], que représente K' pour le segment [C'A'].
   - Le point H est milieu du segment [AG], que représente H' pour le segment [A'G'].
   - Le point F est milieu du segment [EH], que représente F' pour le segment [E'H'].
5. Trace la droite (BG), vérifie que C et F appartiennent à (BG) et leurs images C' et F'par S_d appartiennent à (B'G'); Choisis un point N sur (BG), construis son image par S_d appartient à (B'G')
6. Quelles sont les images par S_d des demi-droites [HK) et [HG); mesure $\widehat{KHG}$ et $\widehat{K'H'G'}$
7. Trace les cercles $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ de centres O et O', de rayons respectifs OB et O'B'; choisis un points P sur $\mathscr{C}$, construis son image par S_d. Que remarques- tu ?

Activité 3: *Symétrique d'une figure*

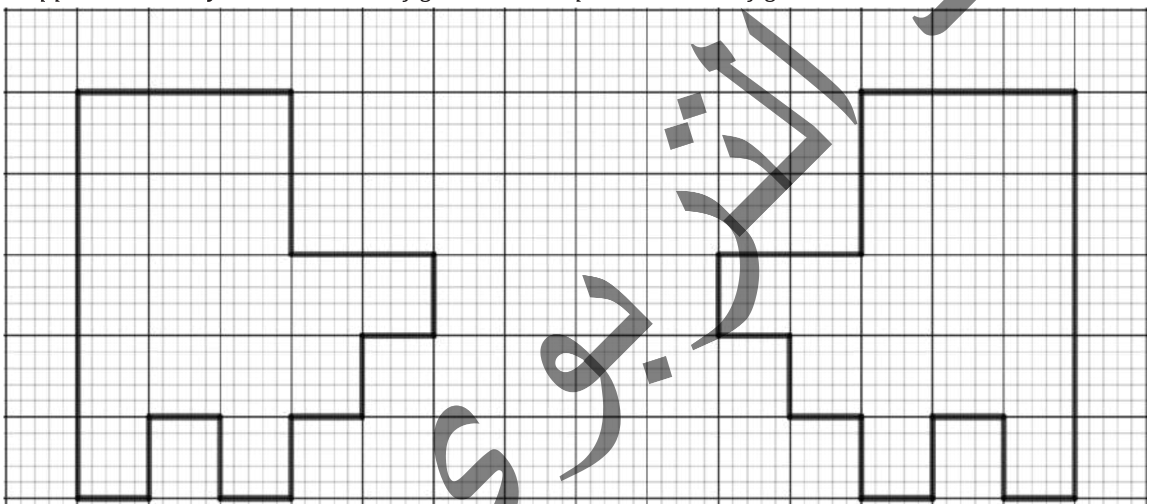
Voici une figure et son symétrique par rapport à la droite d du pli(dessin inachevé)



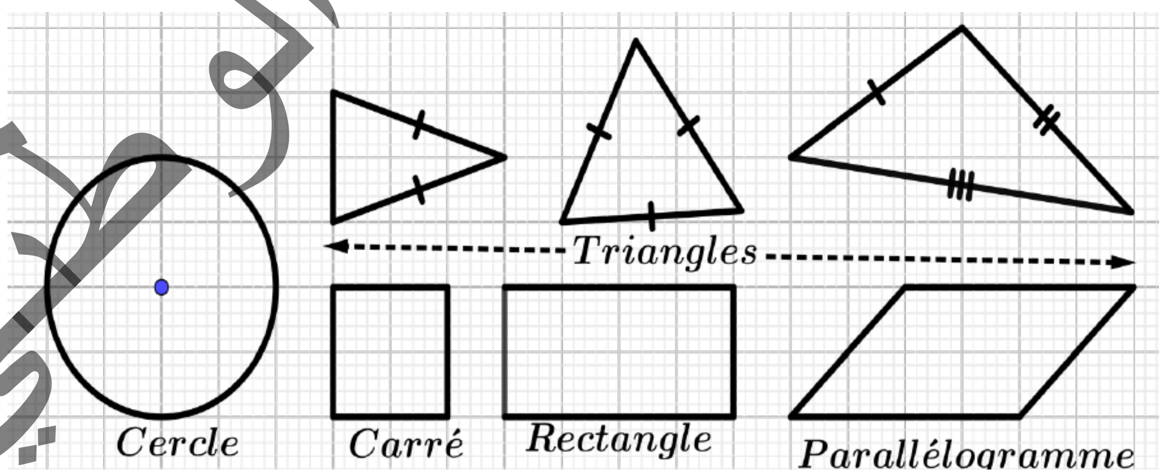
1. *Que représente la droite (d) pour le segment $[AA']$.*
2. *Complète ce dessin*
3. *Compare les longueurs , les angles sur la figure est son symétrique*
4. *Peux-tu conclure ?*

Activité 4: *Axe de Symétrie*

a. *Les deux figures ci-dessous sont superposables. Reproduis ces deux figures puis construis une droite (d) telle que l'image par la symétrie S_d de l'une des figures est l'autre figure. Cette droite (d) est appelée axe de symétrie de la configuration composée des deux figures .*



b. *Parmi les figures suivantes, quelles sont celles qui admettent un, deux ou plusieurs axes de symétrie ?(Ecris pour chaque figure le nombre d'axes qu'elle admette).*



II. Je retiens :

1. Notion de symétrie axiale :

Définition 1:

Deux points M et M' sont symétriques par rapport à la droite d si cette droite est la médiatrice du segment $[MM']$; Le point M' est appelé le symétrique de M par rapport à la droite d ou par la symétrie axiale S_d d'axe d.

Remarque 2 :

Si un point N appartient à d, N est son propre image par S_d : Si $N \in d$, $S_d(N) = N$.
On dit que N est invariant par la symétrie axiale S_d.

2. Premières propriétés d'une symétrie axiale :

Propriétés

On admet les premières propriètés suivantes :

- *Trois points alignés A, B et C, leurs images A',B' et C' par une symétrie axiale d'axe d sont aussi alignés ;*
- *L'image d'une droite D_1 par une symétrie axiale d'axe d est droite D'_1 ;*
- *L'image d'un segment $[AB]$ par une symétrie axiale d'axe d est $[A'B']$ de même longueur ;*
- *L'image d'un angle $\widehat{xOy}$ par une symétrie axiale d'axe d est un angle $\widehat{x'O'y'}$ de même mesure ;*
- *L'image d'un cercle $\mathscr{C}$ par une symétrie axiale d'axe d est un cercle $\mathscr{C}'$ de même rayon.*

3. Figures symétriques et axe de symétrie :

Définition 2: Symétrique d'une figure

Deux figures $\mathscr{F}$ et $\mathscr{F}'$ sont symétriques par rapport à une droite (d) si l'image de l'une est l'autre ; on dit qu'elles sont superposables par symétrie d'axe (d).

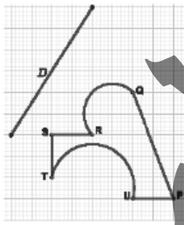
Définition 3: Axe de Symétrie :

Une figure $\mathscr{F}$ admet une droite (d) comme axe de symétrie si chaque point de $\mathscr{F}$ a pour symétrique un point de cette figure.

III. Je sais - faire :

Enoncés des exercices d'application :

Exercice d'application 1

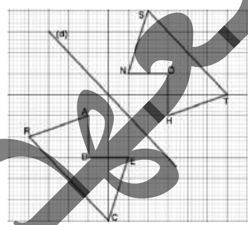


On donne la figure ci-contre.

1 . Construis les images P', Q', R', S', T' et U' par la symétrie axiale d'axe D des points P, Q , R, S, T et U. Que peux-tu dire des points Q', R', T'.

2. Choisis un point du segment $[PQ]$, construis son image par S_D puis trace $[P'Q']$. Que remarques-tu?

Exercice d'application 2



On utilisera la figure ci-contre. Cette figure n'est pas en vraie grandeur.

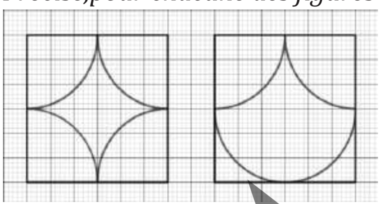
Les polygones BECRA et SNOHT sont symétriques par rapport à la droite (d).

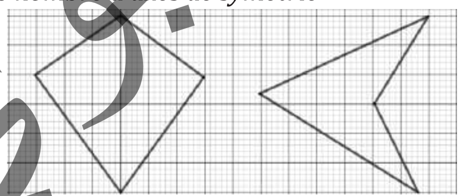
A chaque fois, tu referas la figure à main levée en y inscrivant les données puis tu répondras aux questions en justifiant tes réponses.

1. Si AR=3,7cm et EC=3,5cm. Quelles sont les longueurs NS et TH ?
2. Si BE=4,2cm et $\widehat{RCE}$ =87°. En déduis la longueur OH et la mesure de l'angle $\widehat{STH}$;
3. Si RC=6,8cm, RB=3,1cm et BE=2,9cm. Quelle est la longueur OS ?
4. Si $\widehat{ABR}$ =109° et $\widehat{EBC}$ =35°. En déduis les mesures des angles $\widehat{HOT}$ et $\widehat{SON}$;
5. Si TH=HO=ON=NS=3,7 cm et ST=5,3 cm. En déduis le périmètre du polygone BECRA ;
6. Détermine un segment qui a la même longueur que le segment $[AE]$;
7. I est un point de la droite (RB). Le point J est le symétrique du point I par rapport à la droite (d).Démontrer que le point J appartient à la droite (SO).

Exercice d'application 3

Précise,pour chacune des figures ci-contre, le nombre d'axes de symétrie





Solutions des exercices d'application

Exercice d'application 1

1. On construit les points P', Q', R', S', T' et U' tels que (D) soit la médiatrice des segments $[PP']$, $[QQ']$, $[RR']$, $[SS']$, $[TT']$ et $[UU']$. Les points Q', R' et T'sont alignés **(car ce sont les images des points alignés Q, R et T).**
2. L'image d'un point du segment$[PQ]$ est un point du segment image $[P'Q']$.

Exercice d'application 2

1. NS = 3,7cm et TH = 3,5cm (car toute symétrie axiale conserve les distance).
2. OH=4,2cm et $\widehat{STH}$ =87° (car toute symétrie axiale conserve les angles et les distance).
3. OS=RB=3,1cm. (car toute symétrie axiale conserve les distances)
4. $\widehat{HOT} = 35°$ et $\widehat{SON} = 109°$. (car toute symétrie axiale conserve les angles).
5. le périmètre du polygone BECRA est égal à $(3{,}7cm \times 4) + 5{,}3cm = 20{,}1cm$
6. $[NH]$ a la même longueur que $[AE]$.
7. La symétrie orthogonale d'axe (d) transforme R en S et B en O, I appartient à (RB), alors J appartient à (OS).

Exercice d'application 3

Pour la première figure, il y a 4 axes de symétrie.
Pour la deuxième figure (à droite), il y a un seul axe de symétrie.
Pour la troisième figure (à gauche), il y a un seul axe de symétrie.
Pour la quatrième figure, il y a un seul axe de symétrie.

IV. Je m'exercice :

Exercice 1 :

Trace une droite d et place deux points A et B de part et d'autre part de d

1. A l'aide de l'équerre graduée, construis C et E les symétriques respectifs des points A et B par rapport à la droite d ;
2. Que représente la droite d pour les segments $[AC]$ et $[BE]$;
3. Trace les segments $[AB]$ et $[CE]$. Où se coupent-ils ?
4. Vérifie que les segments $[AC]$ et $[BE]$sont symétriques par rapport à d

Exercice 2 :

1. Sur une feuille non quadrillée, trace un cercle de centre O de rayon 4 cm. Place deux points A et B sur ce cercle.
2. Avec la règle et le compas, construis d la médiatrice d de [AB].
   Pourquoi passe-t-elle par O.
3. Complète les phrases suivantes :
   a. Le symétrique du point A par …………………………… est B ;
   b. Le symétrique du point B par la symétrie axiale…………… ;
   c. Le symétrique du point O par la symétrie axiale……………
4. Que représente la droite d pour l'angle $\widehat{AOB}$.

Exercice 3 :

1. Sur une feuille non quadrillée, trace un segment $[AB]$ tel que : $AB = 10cm$. Place sur ce segment le point C tel que $AC = 6cm$.
2. Avec la règle et l'équerre, construis les médiatrices Δ et Δ' des segments [AB] et [AC]. Que peut-on dire de ces médiatrices ?
3. On considère les symétries axiales S_Δ et $S_{\Delta'}$, réponds par vrai ou faux :
   a. L'image du point A par la symétrie axiale S_Δ est B
   b. L'image du point C par la symétrie axiale $S_{\Delta'}$ est A
   c. L'image du point C par la symétrie axiale S_Δ est B
   d. L'image du point B par la symétrie axiale $S_{\Delta'}$ est A

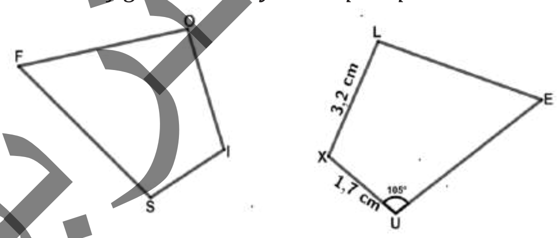
Exercice 4 :

On considère un triangle ABC tel que :
$AB=2{,}5cm$, $BC=3{,}8cm$ et $A\widehat{B}C=40°$.
On appelle A' le symétrique de A par rapport à la droite (BC).

1. Quelle est la longueur du segment $[BA']$? Justifie ta réponse ;
2. Quelle est la mesure de l'angle $C\widehat{B}A'$? Justifie ta réponse ;
3. Construis en grandeur le triangle ABC ;
4. Construis le point A' puis l'image du triangle ABC.

Exercice 5 :

Les deux figures sont symétriques par une droite d



Reproduis et complète le tableau suivant :

Point	E	L	X	U
Symétrique				

Tu justifieras chaque réponse.

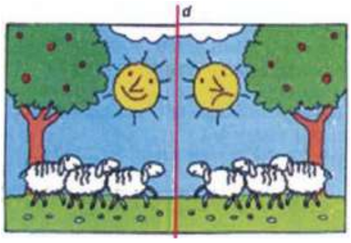
1. Quelle est la longueur du segment $[OI]$?
2. Quelle longueur peux-tu déterminer ?
3. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ISF}$?
4. Ecris deux autres égalités de mesures d'angles.
5. Par rapport à quelle droite, les deux figures sont symétriques
6. Reproduis les deux figures et la droite d

Exercice 6 :

1. Trace un rectangle OPQR, choisis un point M sur le côté $[QR]$.
2. Trace la droite (OM), puis construis P', Q' et R' les symétriques respectifs des points P, Q et R par $S_{(OM)}$.
3. Que représente la demi-droite $[OM)$ pour l'angle $\widehat{ROR'}$,
4. Quelles sont les images des quadrilatères OPQR et ORMR' par $S_{(OM)}$.

Exercice 7 :

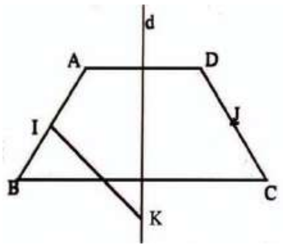
Le dessin de gauche devrait être le symétrique du dessin de droite par rapport à d.



Sept erreurs se sont glissées. Retrouve ces sept erreurs.

Exercice 8 :

Sur la figure ci-contre :



- *Le point D est le symétrique de A par rapport à d*
- *Le point C est le symétrique de B par rapport à d.*
- *Le point J est le milieu du segment [DC]*
- *Le point K est l'intersection de la médiatrice du segment [AB] et de la droite d.*

a. *Démontre que les droites (AD) et (BC) sont parallèles*

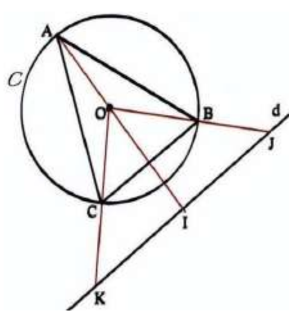
b. *Démontre que les côtés [AB] et [DC] du quadrilatère ABCD ont la même longueur.*

c. *Démontre que la droite (KJ) est la médiatrice du segment [DC] ?*

d. *Par quels points de la figure passe le cercle de centre K de rayon KA ? pourquoi ?*

Exercice 9 : Des propriétés aux constructions

1. *Trace un cercle $\mathscr{C}$ de centre O, de rayon 4 cm et une droite d qui ne coupe pas $\mathscr{C}$.*
2. *Place trois points A ; B ; C tels que :*
   - *(OA) coupe d ;*
   - *(OB) coupe d ;*
   - *(OC) coupe d ;*



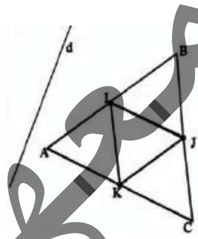
3. *On appelle I, J, K les points d'intersection respectifs avec d comme le montre la figure ci-contre :*

   a. *Construis le cercle C', symétrique du cercle C par rapport à d.*
   On appelle O' le centre de C'.

   b. *Dans la symétrie par rapport à d, quelles sont les symétriques des droites (0I), (JO) et (KO) ? En traçant ces droites, construis les points A', B' et C', symétriques de A, B et C par rapport à d. Trace le triangle A'B'C'.*

Exercice 10

Sur la figure ci-contre, ABC est un triangle équilatéral ; I, J et K sont les milieux des côtés de ce triangle.



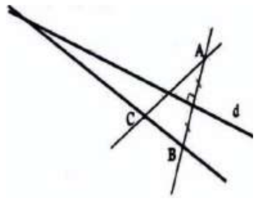
a. *Reproduis cette figure en prenant AB = 6 cm. Colorie.*

b. *Construis l'image (le symétrique) de la figure coloriée par la symétrie par rapport à la droite d.*

Exercice 11 Avec la règle

a. *Trace une droite d et construis deux points A et B symétriques par rapport à d.*

b. *Place un point C tel que les droites (AC) et (BC) coupent d. En traçant des droites, construis le symétrique de C par rapport à d avec la règle seule.*



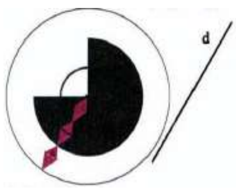
c. *Décris la construction.*

*(**On pourra nommer certains points de la figure**).*

Exercice 12 Disque

a. *Reproduis la figure suivante avec a=1,5 cm*

b. *Construis son symétrique par rapport à la droite d. Colorie*



***Attention** : a c'est le rayon du cercle*

Exercice 13 Raisonner avec les propriétés

1. *Construis un triangle ABC tel que : BC = 7cm, AB = 5cm et AC = 6,5cm.*
2. *Avec le compas, construis le point D, symétrique de A par rapport à la droite (BC).*
3. *On veut calculer le périmètre p du quadrilatère ABCD. Recopie et complète le raisonnement suivant :*
   Dans la symétrie par rapport à la droite (BC)
   - *Le symétrique de A est …… ;*
   - *Le symétrique de B est …… ;*
   - *Le symétrique de C est …… ;*

Les segments [AB] et .... sont symétriques.
De même, les segments....et ....sont symétriques.
Comme, des segments symétriques ont la même longueur
...=...=5 cm. Et .... =.... = 6,5 cm.
En cm : $p = AB + BD + DC + CA$
$= \ldots. + \cdots + \cdots + \cdots$
$= \cdots + \cdots + \cdots + \cdots$
$= \cdots$

Exercice 14 : Raisonner avec les propriétés

1. Construis un triangle ABC tel que : $AB = AC = 7$ cm.
2. Trace une droite d qui passe par A. Construis le point E, symétrique de B par rapport à d et le point F, symétrique de C par rapport à d.
3. Calcule le périmètre du triangle AEF. Justifie.
4. Quel est le symétrique du cercle C de centre A qui passe par B ? Justifie.
5. Par quel point de la figure passe ce cercle. Recopie et complète le raisonnement suivant :

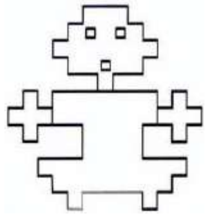
On sait que deux angles symétriques par rapport à une droite sont égaux.
Les angles $\widehat{ECB}$ et $\widehat{BCA}$, symétriques par rapport à la droites (BC), sont donc égaux :
$\ldots = \cdots = 60°$.
De même, les angles ....et....étant symétriques par rapport à la droite .... sont égaux : $\ldots\ldots = \cdots\ldots = 60°$.
Or, $\widehat{ECF} = \widehat{ECB} + \widehat{BCA} + \widehat{ACF} = \ldots.+\ldots.+\ldots..$
L'angle $\widehat{ECF}$ est égal à ....° ; Les points E, C et F sont ......

Exercice 15 : Triangle rectangle

1. Construis un triangle ABC rectangle en A tel que $\widehat{ACB} = 60°$ ct $CA = 3$cm.
2. Construis le triangle BCE, symétrique du triangle ABC par rapport à la droite (BC).Quelle est la nature de ce triangle ?
3. Construis le triangle FAC, symétrique du triangle ABC par rapport à la droite (AC). Qu'observe-t-on pour les points F, C et E ?

Exercice 16 : L'inca

La figure ci-contre a-t-elle un axe de symétrie ? Si oui, reproduis la figure et trace cet axe de symétrie, si non, reproduis la figure en la corrigeant pour qu'elle ait un axe de symétrie.

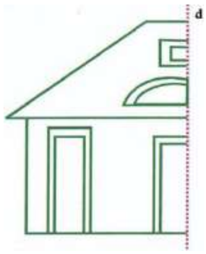


Exercice 17: Signalisation routière

Indique le nombre d'axes de symétrie des panneaux ci-dessous

Exercice 18:

a. Reproduis la figure ci-contre en la complétant pour que d soit axe de symétrie.
b. Recherche si ces figures ont un (ou des) axe(s) de symétrie. Si oui, trace ces axes en rouge.



Exercice 19:

Dans chacun des cas suivants, reproduis la figure et complète le coloriage des parties du dessin de façon que la figure coloriée ait :

a. Un seul axe de symétrie.
b. Exactement deux axes de symétrie.
c. Quatre axes de symétries.

Exercice 20:

Dans chacun des cas suivants, trace la figure $\mathcal{F}$ et dessine en rouge ses axes de symétries.

a. $\mathcal{F}$ est un segment [AB].
b. $\mathcal{F}$ est la figure formée par deux droites

sécantes d_1 et d_2.

c. $\mathscr{F}$ est la figure formée par un cercle et une droite d qui ne passe pas par le centre du cercle

d. $\mathscr{F}$ est la figure formée par un cercle et une droite (d) qui passe par le centre du cercle.

Exercice 21:

Sur la figure ci-contre, le cercle et tous les arcs de cercles dessinés ont le même rayon.

a. Reproduis cette figure en prenant r = 4 cm.

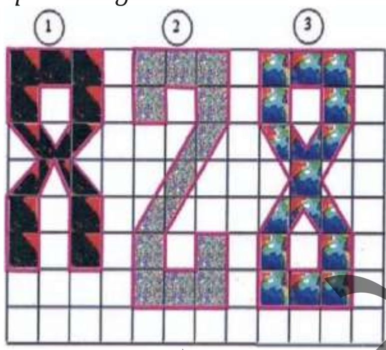
b. Trace en rouge les axes de symétries.

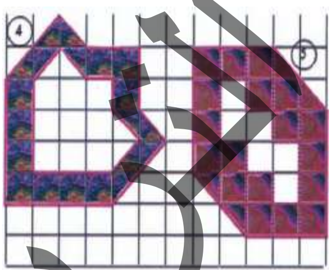
Exercice 22: **Vrai ou faux ?**

- Si trois points sont alignés, leurs symétriques sont alignés ;
- Si quatre points sont sur un cercle, leurs symétriques sont sur un cercle ;
- Un quadrilatère et son symétrique ont le même périmètre ;
- Un segment n'a aucun axe de symétrie ;
- Les droites qui passent par le centre d'un cercle sont les axes de symétries de ce cercle ;
- Une droite n'a que deux axes de symétries ;
- Si MI = MJ alors, M est le milieu du segment $[IJ]$;
- Le support de la bissectrice d'un angle obtus est un axe de symétrie ; il partage cet angle en deux angles aigus égaux ;
- Le support de la bissectrice d'un angle droit est un axe de symétrie ; il partage cet angle en deux angles de 45°.

Exercice 23: **Sur un quadrillage**

Reproduis les figures ci-dessous en utilisant le quadrillage du cahier.





Exercice 24:

Dans un repère orthogonal (O, I, J), place $A(2;3)$ puis B symétrique de A par rapport à $(x'x)$.

1. Quelles sont les coordonnées de B ?
2. Place C, symétrique de B par rapport à $(y'y)$. Quelles sont les coordonnées de C ?
3. Compare les coordonnées de C avec celles de A.

Calcule les coordonnées du milieu de $[AC]$.

4. Quel est le symétrique de A dans la symétrie de centre O ?
5. Recommence les questions précédentes en remplaçant A par $A'(-2\,;\,1)$, puis B par B' et C par C'.
6. Complète le connecteur : « Au lieu de faire à la suite deux symétries orthogonales par rapport à deux droites perpendiculaires en O, il suffit de.

I. Activités préparatoires :

Activité 1: ***Notion de distance et Inégalité triangulaire***

1. *On donne A, B et C trois points dans les deux cas de figures suivants :*
   a. *Mesure les longueurs des segments* $[AB]$, $[BC]$ *et* $[AC]$
   b. *Compare AC et AB + BC ; AB et AC + CB ; BC et BA + AC.*

2. *Dans chacun des cas suivants, peut-on construire les points A, B et C. Vérifiant les conditions ci-dessous ? si oui fais la figure.*
   a. $AB=5cm$, $BC=2cm$ et $AC=7cm$.
   b. $AB=8\,cm$, $BC=11\,cm$ et $AC=2\,cm$.
   c. $AB=3cm$, $BC=4cm$ et $AC=5cm$.
   d. $AB=4\,cm$, $BC=3\,cm$ et $AC=7\,cm$.

   Quels sont les cas où les points sont alignés ?

Activité 2: ***Médiatrice et régionnement du plan***

On donne deux points A *et* B *du plan, marque* I *le milieu de* $[AB]$

1. *Trace la droite Δ perpendiculaire à la droite (AB) au point I.*
   Que représente Δ pour le segment $[AB]$*?*
2. *Choisis deux points M et N sur Δ, compare AM et BM d'une part AN et BN d'autre part.*
3. *Choisis deux points P et Q du plan tels que P est du côté de A et Q du côté B par rapport à Δ.* *Compare AQ et BQ puis AP et BP. Quelle conclusion fais-tu ?*

Activité 3:

Soient deux points R et S tels que $RS = 6cm$. Δ *la médiatrice de* $[RS]$.

a. *Construis si c'est possible, les points : C, D, E, F, G et H tels que :*
   $CR = 3$ *et* $CS = 4$; $ER = 3$ *et* $ES = 3$; $GR = 4$ *et* $GS = 4$; $DR = 3$ *et* $DS = 2{,}5$;
   $FR = 4{,}5$ *et* $FS = 2{,}5$; $HR = 4$ *et* $HS = 5$.
   Colore en vert la région du plan où sont situés les points M tels que : $MR < MS$
b. *Colore en jaune la région du plan où sont situés les points N tels que :* $NR > N$
c. *Quelle est la frontière commune aux deux régions verte et jaune ?*

Activité 4: ***Propriété des médiatrices d'un triangle***

1. *Place trois points M, N et P non alignés et trace les droits* d_1 *et* d_2 *médiatrices respectives des segments [MN] et [NP]. Elles se coupent en O.*
2. *Trace* d_3 *la perpendiculaire au support du segment [MP] passant par O.*
3. *Que représente* d_3 *pour le triangle MNP. Comment justifier que* d_3 *coupe* [MP] *en son milieu ?*
4. *Vérifier que O est le centre du cercle circonscrit au triangle MNP.*

Activité 5:

On considère Δ *la médiatrice du segment* $[AB]$ *dont le milieu est O*

a. *Choisis un point P du même côté que A de la médiatrice de* $[AB]$
   - *Trace le segment* $[BP]$*, vérifie que* Δ *coupe ce segment en un point I.*
   - *Compare IA et IB puis AP et* $IA + IP$*, conclus que* $AP < BP$

b. *On choisit Q du même côté que B de la médiatrice.*
   Trace le segment $[AQ]$*, vérifie que* Δ *coupe le segment en un point J.*
   Compare JB et JA puis BQ et $QJ + JB$*. Conclus que* $BQ < AQ$.

Activité 6: Distance d'un point à une droite

Soit A un point donné et D une droite ne passant pas par A.

1. a. Trace Δ, la droite perpendiculaire à D passant par A.
   b. Marque H le point d'intersection de Δ et D.
   c. Marque trois points B, C et E sur la droite D.
   d. Compare les longueurs AB, AC et AE à la longueur AH, conclus.
2. On choisit un point M quelconque sur D différent de H
   a. Construis A', le symétrique de A par rapport à D.
   b. Compare AA' et $AM + MA'$
   c. Que représente H pour le segment $[AA']$. En déduis que $AA' = 2AH$.
   d. Que représente la droite D pour le segment $[AA']$?
   e. Quelle est la nature du triangle AMA' ? En déduis que $AM + MA' = 2AM$. Conclus.

Remarque 1 :

Si $A \in D$ alors $A = H$ et $AH = 0$.

Activité 7: Distance de deux droites parallèles

On donne deux droites parallèles D et D'.

1. Choisis un point A sur D puis construis A' le projeté orthogonal de A sur D'
2. Choisis un point B' sur D' puis construis B le projeté orthogonal B sur D.
3. Que peut-on dire des droites (AA') et (BB') ? Quelle est la nature du quadrilatère AA'B'B ?
   En déduis que AA' = BB'.
4. Reprends les questions précédentes en choisissant M de D et N' de D'. Conclus.

Activité 8: Positions relatives d'une droite par rapport à un cercle :

a. Trace le cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon 2

b. Trace trois droites (d_1), (d_2) et (d_3) tels que le point O est respectivement à 1cm, 2cm et 3cm de distance de ces droites.

c. Précise le nombre de points communs au cercle $\mathscr{C}$ et à chacune des droites (d_1), (d_2) et (d_3)en comparant le rayon du cercle aux distances du point O à ces droites.

Activité 9: Tangente à un cercle

La chèvre de Brahim est attachée par une corde au piquet à 5 m du bord de son jardin. Brahim n'a pas encore trouvé le temps de poser un grillage le long du jardin, et il ne veut pas que la chèvre mange les légumes

a. Fais une figure à l'échelle. $\frac{1}{100}$ sur laquelle :

- Le bord du jardin sera représenté par une droite (d)
- Le piquet par un point A, la chèvre par un point C.

b. Dessine la surface où la chèvre peut brouter lorsque sa corde (tendue) mesure 3 m.

c. Dessine le cercle qui limite la surface où la chèvre peut brouter lorsque sa corde mesure 5 cm.

d. Comment faut-il choisir la longueur de la corde pour que la chèvre ne puisse pas manger les légumes ?

Remarque 4 :

La chèvre peut brouter à l'intérieur du cercle de rayon 5 m, tangent au bord du jardin et dont le centre est le piquet où est attachée cette chèvre.

Activité 10: *Tangente à un cercle passant par un point.*

Partie 1 :

C est un cercle de centre O, A un point appartenant à C. Construis une tangente à C passant par A.

Partie 2 :

On se donne un cercle $(\mathscr{C})$ de centre O et de rayon 3. Choisis un point J extérieur à ce cercle, trace une tangente à ce cercle passant par J

Peut-on tracer une autre tangente à ce cercle passant par J ?

Activité 11: *Deux tangentes à un cercle*

On se donne un cercle $(\mathscr{C}')$ de centre O et de rayon 4. Choisis deux points A et B non diamétralement opposés. Trace les deux tangentes Δ et Δ' au cercle $(\mathscr{C}')$ aux points A et B.

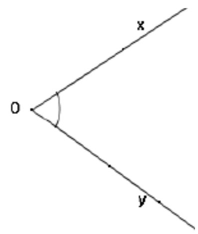
Vérifie qu'elles sont sécantes en I.

Trace la droite (OI). Que représente (OI) pour l'angle $\widehat{AIB}$? Justifie ta réponse

Montre que (OI) est un axe de symétrie de la figure. En déduis que (OI) est une médiatrice de $[AB]$ et que $AI = IB$.

Activité 12: *Bissectrice d'un angle*

On donne un angle $\widehat{xoy}$ comme dans la figure ci-contre.



1. *Reproduis cette figure sur une feuille, plie-la de façon à superposer le côté $[ox)$ et le côté $[oy)$, trace la demi-droite en suivant le pli, on la désigne par $[oz)$. Que représente-t-elle pour l'angle $\widehat{xoy}$? Comment l'appelle-t-on ?*
2. a. *Choisis un point A sur $[oz)$; trouve la distance du point A à la droite (ox), puis à la droite (oy). Que remarque-t-on ?*
   b. *Reprends la question 2. En choisissant un autre point B de $[oz)$.*
3. *Place respectivement la règle sur le côté $[ox)$ puis sur le côté $[oy)$ de sorte à tracer deux droites parallèles aux supports des côtés $[ox)$ et $[oy)$ de l'angle $\widehat{xoy}$, ces deux droites se coupent en un point I. Vérifie que I est à égale distance des côtés de l'angle $\widehat{xoy}$ et que $I \in [oz)$*

***NB :** (Ox) et (Oy) sont les supports respectifs des demi-droites $[Ox)$ et $[Oy)$.*

Activité 13: *Cercle inscrit d'un triangle*

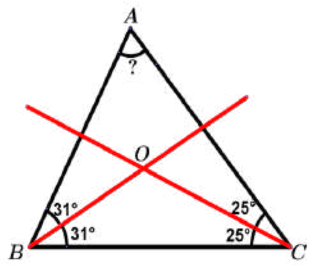
Partie 1 :

Sur un cercle de centre O. Place trois points I, J et K deux à deux non diamétralement puis trace les 3 tangentes en I, J et K, elles se coupent deux à deux respectivement en A, B et C.

Montre que O est sur les trois bissectrices du triangle ABC.

Partie2 :

On donne la figure ci-contre :



1. *Que représente les droites (OB) et (OC) pour le triangle ABC ?*
2. *Compare les distances de O aux droites (AB) et (BC).*
3. *Montre que O appartient aux trois bissectrices du triangle ABC*
   En s'inspirant de ce qui précède, prouve que les trois bissectrices sont concourantes

II. Je retiens :

Propriétés 1

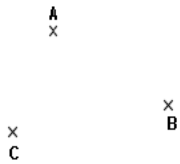
Soient A, B et C trois points, alors :

1^er Cas : *A, B et C sont alignés*

- Si $B \in [AC]$, alors $AC = AB + BC$.

- Si $B \notin [AC]$, alors $AC < AB + BC$.

2^ème Cas : *A, B et C ne sont pas alignés*

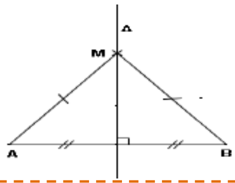


Si $B \notin (AC)$, alors $AB + BC > AC$.

Conclusion : Quels que soient les ponts A, B et C : $AC \leq AB + BC$.

Propriétés 2

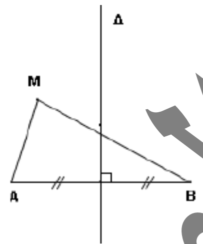
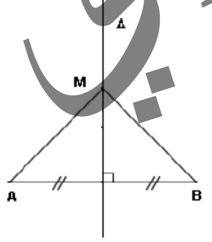
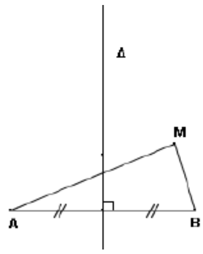
- *Un point de la médiatrice d'un segment est équidistant (à égale distance) de deux extrémités de ce segment ;*
- *Tout point équidistant de deux extrémistes d'un segment est sur la médiatrice de ce segment ;*
- *En résumé, la médiatrice d'un segment est l'ensemble des points à égale distance de ces extrémités.*



Propriétés 3

Soit Δ la médiatrice d'un segment $[AB]$, et M un point du plan.

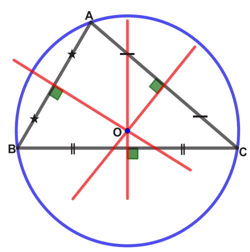
Le tableau ci-dessous résume les règles de comparaison de MA et MB selon les différentes positions de M dans le plan.

 *SI M et A de même côté de Δ,* **alors $MA < MB$**	 **Si $M \in \Delta$, alors $MA = MB$**	 *Si M et B de même côté de Δ,* **alors $MB < MA$**

Propriétés 4

Les médiatrices d'un triangle sont concourantes.

Leur point d'intersection O est à égale distance des sommets du triangle il est donc le centre du cercle circonscrit au triangle.



Propriétés 5

Soit D une droite, A un point et H le projeté orthogonal de A sur D,

alors quel que soit le point M de D distinct de H on a : $AH < AM$.

La longueur AH est appelée la distance de A à la droite D

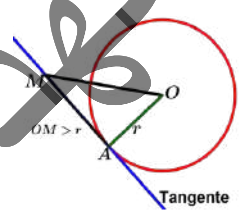
Chapitre 14 Droites et cercles

Définition 1:
On appelle distance de deux droites parallèles, la distance d'un point de l'une des deux droites à l'autre et on la note $d(D, D')$ ou $d(D', D)$.

Conclusion
Soit un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon r, d est une droite et H est le point de la droite d tel que $(OH) \perp d$ alors :

- Si $OH < r$ alors $\mathscr{C}$ et d ont deux points communs. $\mathscr{C}$ et d sont dits sécants.
- Si $OH = r$ alors $\mathscr{C}$ et d ont un seul point commun. $\mathscr{C}$ et d sont dits tangents.
- Si $OH > r$ alors $\mathscr{C}$ et d n'ont pas de point commun. $\mathscr{C}$ et d sont dits disjoints.

Définition 2:
A étant un point du cercle C de centre O, la perpendiculaire à la droite (OA) passant par A s'appelle la tangente en A au cercle C.



Propriétés 6:
Une tangente à un cercle est une droite qui n'a qu'un seul point commun avec ce cercle.

Propriétés 7:
Par un point extérieur à un cercle passent deux tangentes à ce cercle.

Définition 3:
La bissectrice d'un angle est la demi- droite qui partage cet angle en deux angles égaux (de même mesure).

Propriétés 8:
Les points de la bissectrice d'un angle sont tous équidistants des côtés de l'angle partagé par cette bissectrice en angles égaux.
Réciproquement, si un point est équidistant des côtés d'un angle alors il appartient à sa bissectrice.

Propriétés 9:
Le cercle inscrit dans un triangle a pour centre l'intersection des bissectrices de ce triangle.

III. Je sais - faire :

Enoncés des exercices d'application :

Exercice d'application 1

On donne deux points I et J tels que IJ = 4.
Détermine tous les points M, sommets des triangles MIJ dont l'aire est égale à 5.

Exercice d'application 2

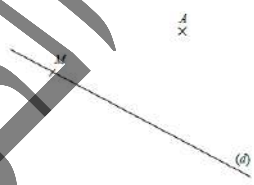
Soient D et D' deux droites strictement parallèles.
Construis un point A à égale distance de deux droites.
Détermine l'ensemble de points à égale distance de D et D'.

Exercice d'application 3

Soit O un point donné, trace une droite D telle que la distance de O à D est égale à 3 cm. Trouve toutes les droites qui vérifient cette condition

Exercice d'application 4

Le but de cet exercice est de construire un cercle $\mathscr{C}$ qui passe par A et tel que la droite (d) soit tangente à $\mathscr{C}$ au point M. On appellera O le centre du cercle $\mathscr{C}$.



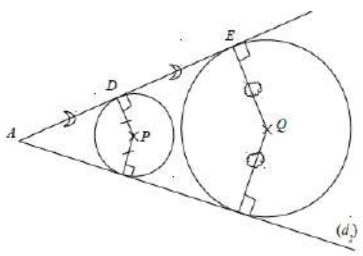
1. *Complète la figure ci-contre à main levée puis code- la.*
2. *Que peux-tu dire du point O pour $[AM]$? Justifie.*
3. *Que peux-tu dire des droites (d) et (MO) ? Justifie.*
4. *En déduis la construction du cercle.*

Exercice d'application 5

Construis le triangle OMR tel que $MR = 5$ cm ; $\widehat{OMR} = 40°$ et $\widehat{ORM} = 25°$.

1. *Sur cette figure, construis le triangle MER tel que O soit le centre du cercle inscrit dans ce triangle.*
2. *Quelle est la nature du triangle MER ? Justifie ta réponse.*
3. *Démontre que $OE = OR$.*

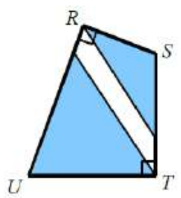
Exercice d'application 6



1. *Démontre que les points A, P et Q sont alignés.*
2. *Sachant que $DP = 3{,}6$cm, combien mesure le segment $[EQ]$? Justifie ta réponse.*

Exercice d'application 7

Deux triangles isocèles bleus de sommets principaux S et U recouvrent presque entièrement le quadrilatère RSTU. Le point U appartient-il à la bissectrice de $\widehat{RST}$? Justifie ta réponse.



Exercice d'application 8

1. *Trace un cercle de centre O. Soit A un point du cercle et M un autre point du cercle tel que $AM = OM$.*
2. *Construis le point N symétrique de O par rapport à M.*
3. *Peux-tu affirmer avec certitude que la droite (AN) est tangente au cercle en A ? Justifie ta réponse.*

Solutions des exercices d'application

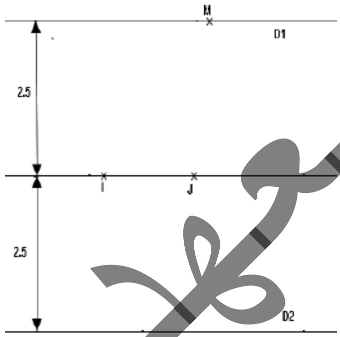
Exercice d'application 1

Soit M un point du plan et m son projeté orthogonal sur la droite (IJ), On a :
$aire(MIJ) = \frac{1}{2} mM \times IJ = 2mM$ *il revient donc d'écrire : aire(MIJ)* = 5.
On a : 2Mm = 5 ; soit 2Mm = 2,5

D_1 / /(IJ)

L'ensemble des points cherchés est donc l'ensemble des points M situés à la distance 2,5 de (IJ), il s'agit des droites D_1 et D_2 (voir figure)

D_2 / /(IJ)



Remarque 2 :

Soit D une droite et d un nombre positif

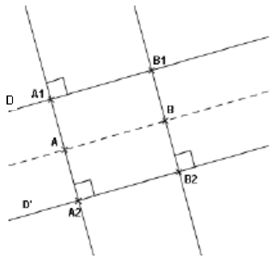
1. *L'ensemble des points situés à la distance d de D est formé de deux droites D_1 et D_2 parallèles à D.*
2. *La bande délimitée par ces droites est l'ensemble des points dont la distance à D est inférieure ou égale à d.*

Exercice d'application 2

On trace deux droites D et D' parallèles, on marque un point A_1 *sur D, on trace la perpendiculaire* Δ_1 *passant par ce point, on marque* A_2*, le point d'intersection de D' et* Δ_1*, en suite on construit le milieu de* $[A_1A_2]$*, on le note A et on a :*

$d(A, D) = A_1A = \frac{1}{2} A_1A_2$, $d(A, D') = A_2A = \frac{1}{2} A_1A_2$ donc $d(A, D) = d(A, D')$

En procédant de la même façon on peut construire un autre point B équidistant des droites D et D', on peut construire une infinité des points équidistants de D et D'. L'ensemble des points équidistant de D et D' est donc la droite de (AB).

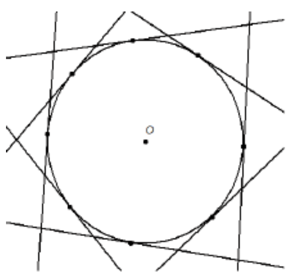


Remarque 3 :

Cet ensemble de points équidistants de deux droites D et D' est appelé axe médian de D et D'.

Exercice d'application 3

Soit D une droite et H le projeté orthogonal de O sur D.
Les droites cherchées sont telles que $OH = 3$.
Le point H décrit alors le cercle de centre O et de rayon 3.

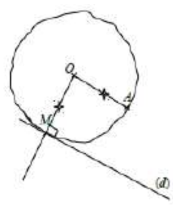


Remarque 4 :

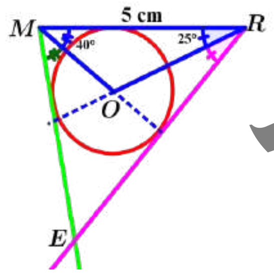
Les droites D sont donc les tangentes au cercle de centre O et de rayon 3.

Exercice d'application 4

1. *On veut obtenir un dessin qui ressemble à celui qu'on voit ci-contre :*
2. *Comme O est équidistant de A et M alors O est sur la médiatrice de* $[AM]$.
3. *Comme* (d) *est tangente en M au cercle de centre O ; alors* $(d) \perp (MO)$.
4. *Pour construire le cercle, on trace la perpendiculaire à* (d) *passant par M, puis on trace la médiatrice de* $[AM]$ *; ces deux droites se coupent en O. On peut alors tracer le cercle de centre O et de rayon OM.*



Exercice d'application 5



1. *Voir ci-contre.*
2. *Comme O est le centre du cercle inscrit au triangle alors* (OM) *et* (OR) *sont les bissectrices respectives des angles* $\widehat{RME}$ *et* $\widehat{MRE}$, *alors on a* $\widehat{RME} = 80°$ *et* $\widehat{MRE} = 50°$. *Comme la somme des angles du triangle EMR vaut 180°, alors* $\widehat{REM}$ *mesure* $180° - 50° - 80° = 50°$.
   Comme $\widehat{REM} = 50°$ *et* $\widehat{MRE} = 50°$, *alors le triangle REM est isocèle de base [RE].*
3. *Comme* REM *est isocèle en* M, *alors la bissectrice de*$\widehat{RME}$ *est confondue avec la médiatrice de* $[RE]$, *donc* (MO) *est la médiatrice de* $[RE]$. *Comme O appartient à la médiatrice de* $[RE]$, *alors* $OE = OR$.

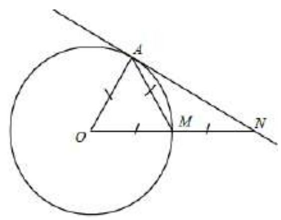
Exercice d'application 6

1. *Comme P et Q sont tous les deux équidistants des droites* (d_1) *et* (d_2), *alors P et Q appartiennent à la bissectrice de l'angle formé par ces droites. Comme A appartient également à cette bissectrice ; alors A, P et Q sont alignés.*
2. *Dans le triangle* AEQ, *comme* $[DP]$ *a pour extrémités les milieux des côtés* $[AE]$ *et* $[AQ]$, *alors* $EQ = 2DP$, *donc* $EQ = 7{,}2$*cm.*

Exercice d'application 7

Comme $(UR) \perp (RS)$ *et* $(UT) \perp (TS)$ *alors* UR *est la distance de* U *à* (RS) *et* UT *est la distance de* U *à* (TS). *Comme la distance de* U *à* (RS) *est différente de la distance de* U *à* (TS) *alors* U *n'appartient pas à la bissectrice de* $\widehat{RST}$.

Exercice d'application 8



1. 2. Voir la figure ci-contre.

3. Comme A et M appartiennent au cercle de centre O, alors $AO = OM$.
Comme $AM = OM$ *alors* OAM *est équilatéral. Comme N est le symétrique de O par rapport à M, alors* $OM = MN$. *Comme* $\widehat{AMO}$ *et* $\widehat{AMN}$ *sont supplémentaires, alors* $\widehat{AMN}$ *mesure* $180 - 60 = 120°$. *Comme* AMN *est isocèle en M, alors* $\widehat{MAN}$ *mesure* $\frac{180° - 120°}{2} = 30$ °. *Comme* $\widehat{OAN} = \widehat{OAM} + \widehat{MAN}$, *alors* $\widehat{OAN}$ *mesure* $60° + 30° = 90°$.
Comme (OA) *est perpendiculaire à* (AN) *en A, alors* (AN) *est la tangente au cercle en A.*

IV. Je m'exercice :

Exercice 1 :

1. *Représente trois points distincts P, Q et R tels que PR = QP + QR*
2. *Complète ce qui suit en utilisant les symboles* $\in$ *et* $\notin$.
   $P \dots [QR]$; $Q \dots [PR]$; $R \dots [PQ]$.

Exercice 2 :

Quelles sont les mesures possibles pour le troisième côté d'un triangle sachant que :
- *Cette mesure est nombre entier ;*
- *Les deux autres côtés ont pour mesures* $1{,}8$ et $7{,}4$.

Exercice 3 :

Quels sont les triangles dont les longueurs des côtés sont des nombres entiers et dont le périmètre est 12 ?

Exercice 4 :

Soit ABC est un triangle ; Place trois points P, Q et R respectivement sur les segments $[BC]$,$[AC]$ *et* $[AB]$.
Compare les périmètres des triangles ABC et PQR. Justifie ta réponse

Exercice 5 :

Soit ABC est un triangle rectangle en A. On désigne par B' le symétrique du point B par rapport à (AC). Construis la figure.
1. Justifie les égalités et inégalités suivantes :
$BB' = BA + AB'$; $BB' \leq BC + CB'$; $BC = CB'$; $BA = AB'$.
2. En déduis que : $AB \leq BC$.
3. Complète la phrase suivante :
Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est le côté ……

Exercice 6 :

Soit ABC est un triangle et M un point à l'intérieur de ce triangle.
On désigne par I le point d'intersection de la droite (BM) et le segment $[AC]$.
1. Fais la figure
2. Justifie les deux inégalités suivantes :
$BM + MC < MB + MI + IC$; $BM + MC < BI + IC$
3. Compare $BA + AC$ *et* $BI + IC$
4. Montre que $BM + MC < BA + AC$
5. Compare les périmètres des triangles BAC et BMC

Exercice 7 :

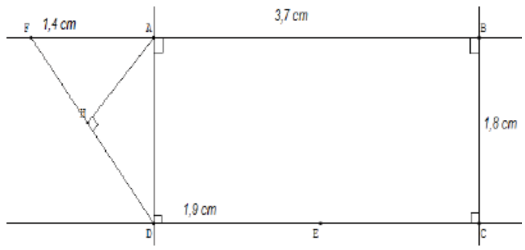
1. Sur une feuille de papier non quadrillée, trace une droite (d).
D'un même côté de la droite (d), *place deux points A et B dont la distance à* (d) *est égale à 3cm.*
2. Que peut-on dire des droites (d) *et* (AB) ?
3. M est un point de la droite (AB); *Quelle est la distance de M à* (d) ?

Exercice 8 :

1. Trace une droite (d), *place un point A à 3 cm de* (d).
On appelle H l'intersection de (d) *et la perpendiculaire à* (d) *passant par A.*
2. Construis la parallèle à (d) *passant par A. On l'appelle* (d'). *Place un point B sur* (d').
Quelle est la distance de B à (d) ? *Justifie.*

Exercice 9 :

Sans effectuer de mesure, en utilisant seulement les indications portées sur la figure ci-dessous :
1. *Donne la distance de F à la droite* (AD) ; *la distance de F à la droite*(BC).
2. *Donne la distance de E à la droite* (BC) ; *la distance de E à la droite*(AB).
3. *Que peut-on affirmer pour la distance AH ?*



Exercice 10 :

1. *Trace les deux droites sécantes* (d_1) *et* (d_2).*Construis les points situés à la fois à 2 cm de* (d_1) *et à 1,5cm de* (d_2).
2. *Ces points sont les sommets d'un parallélogramme ? Si oui lequel ?*

Exercice 11 :

On donne une droite (d) *et un point C situé à 4 cm de* (d).
1. *Construis deux droites* (d_1) *et* (d_2) *parallèle à* (d) *et situées à 2 cm de cette droite.*
2. *Quelle est la distance du point C à chacune des droites* (d_1) *et* (d_2) ?

Exercice 12 :

On donne un point P.
Construis une droite (ℓ) située à 25 mm de P et une droite (ℓ') située à 40 mm de P, telles que (ℓ) et (ℓ') soient parallèles.
Calcule la distance des droites (ℓ) et (ℓ').

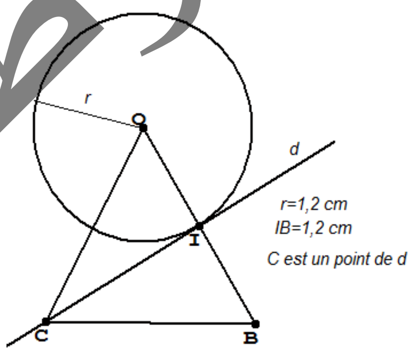
Exercice 13 :

1. Trace un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon 2 cm ; place un point H tel que $OH = 5cm$; Trace la droite d perpendiculaire en H à la droite (OH).
   Démontre que tous les points M de d sont extérieurs au cercle $\mathscr{C}$.
2. Trace un cercle C' de centre O et de rayon 3 cm, place un point H sur ce cercle puis trace la droite d perpendiculaire en H de la droite (OH).
   Démontre que tous les points M de d autre que H sont extérieurs au cercle $\mathscr{C}$.
3. $\mathcal{C}$ est un cercle de centre O de rayon r, (d) est une droite et H est le pied de la perpendiculaire menée de O à (d). Recopie et complète
   - Si …alors la droite (d) est extérieure à $\mathscr{C}$.
   - Si …alors la droite (d) est tangente à $\mathscr{C}$.
   - Si …alors la droite (d) est sécante à $\mathscr{C}$.

Exercice 14 :

Observe les indications portées sur le dessin ci-dessous, puis recopie et complète les phrases a) ; b) ; c) et d).

a. (d) est ……… du segment $[OB]$.
b. (d) est ……… du l'angle $\widehat{OCB}$
c. (d) est ……… au cercle $\mathcal{C}$.
d. ………est la distance du point B à la droite(d).



Exercice 15 :

Place un point A et trace trois droites $(d_1), (d_2)$ et (d_3), telles que la distance de A à chacune d'elle soit égale à 5 cm.
Que peut-on dire du cercle de centre A e de rayon 5 cm.

Exercice 16 :

a. Trace une droite (d) et construis cinq cercles de même rayon 2cm, tangents à la droite(d).
b. Où sont tous les centres des cercles de rayon 2 cm tangentes à (d) ?

Exercice 17 :

ABCD est un rectangle de centre I tel que : $AB = 8cm$; $AD = 5cm$; C_1 est le cercle de centre A et de rayon 5cm ; C_2 est le cercle de centre I de rayon 4 cm.
A quelles droites ces cercles sont-ils tangents ?

Exercice 18 :

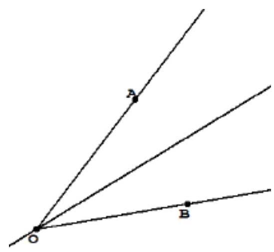
On donne un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et un point A de ce cercle.
Construis la droite tangente en A au cercle.

Exercice 19 :

On donne un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et un point A extérieur à ce cercle.
Construis les droites (d)et(ℓ) passant par A et tangentes au cercle $\mathcal{C}$.

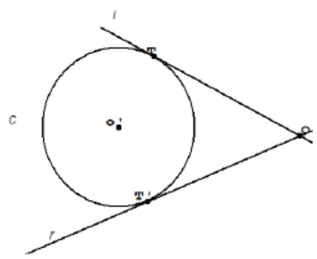
Exercice 20 :

$\widehat{AOB}$ est un angle dont la bissectrice est la droite (DC). Construis un cercle $\mathscr{C}$ tangent à la fois aux côtés de l'angle.
Justifie la construction.



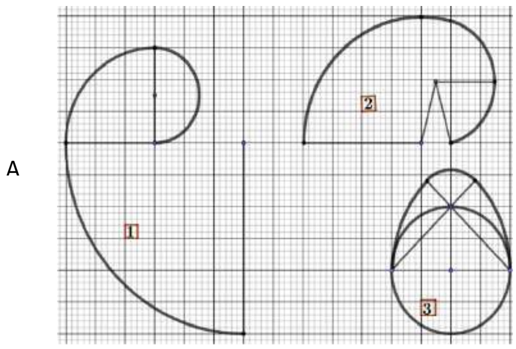
Exercice 21 :

Un cercle **C** est tangente à deux droites sécantes (ℓ) et (ℓ') respectivement en T et T'
Le centre O de ce cercle a été effacé.
Construis ce centre en utilisant seulement l'équerre, énonce ton programme de construction.



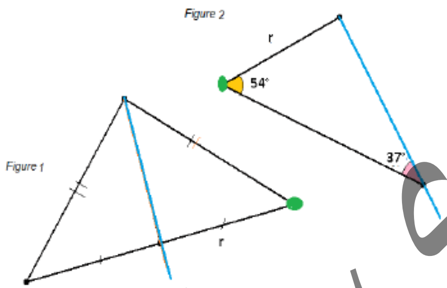
Exercice 22 :

Les courbes des figures 1 ; 2 et 3 sont formées d'arcs de cercles dont les centres sont en bleu Reproduis ces figures à l'échelle 2 et construis les tangentes aux différents arcs des cercles aux points marqués en rouge.



Exercice 23 :

Pour chaque figure, dire si la droite bleue est tangente au cercle de rayon r dont le centre est marqué en vert. Justifie ta réponse avec soin.



Exercice 24 :

A, B et C étant trois points d'une droite(d).
On appelle $\mathcal{C}_1$ le cercle de centre C qui passe par A ; On appelle $\mathcal{C}_2$ le cercle de centre B qui passe par A
Fais une figure. Que peut-on dire des tangentes en A aux cercles $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$?

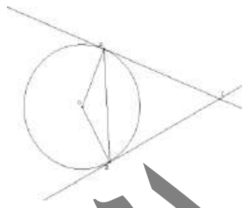
Exercice 25 :

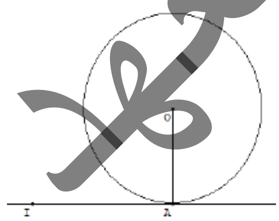
1. Trace deux droites parallèles (d_1) et (d_2) ; Construis un cercle $\mathcal{C}$ à la fois tangente à (d_1) et (d_2).
2. Combien peut-on construire de tels cercles ? Où sont leurs centres ?

Exercice 26 :

Sur la figure 1 ci-dessous, $[AB]$ est une corde du cercle de centre O ; $[AB]$ n'est pas un diamètre de $\mathcal{C}$. Les tangentes en A et B au cercle $\mathcal{C}$ se coupent en I

1. Quelle est la nature du triangle OAB ? Que peut-on en déduire pour les angles $\widehat{OAB}$ et $\widehat{OBA}$.
2. Démontre que $\widehat{IAB} = \widehat{IBA}$; en déduis que $IA = IB$ et que (OI) est la médiatrice du segment $[AB]$
3. **<u>Application :</u>**
   Reproduis la figure 2 ci-dessous avec la règle et le compas, construis la tangente à $\mathcal{C}$ passant par I.





Exercice 27 :

Trace une droite (d) et place deux points A et B tels que $AB = 5$ cm, la droite (AB) n'étant pas parallèle à (d).
On veut construire un triangle ABC d'aire égale à $6\ cm^2$, tel que C soit sur (d).
Combien peut-on construire de tels triangles ? Justifie.
Réalise la construction.

Exercice 28 :

Deux points A, B et une droite (d) non perpendiculaire à (AB) étant donnés. On veut placer un point M sur la droite de façon que la distance de A à la droite (MB) soit la plus grande possible.
Construis un tel point. Justifie. Y a-t-il plusieurs solutions ?

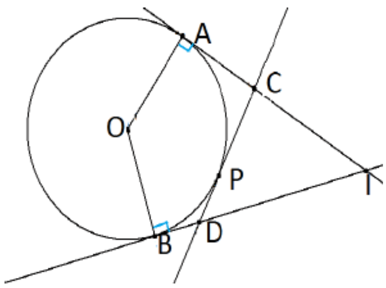
Exercice 29 :

Trace un trapèze MARS, rectangle en R et S, tel que $RS = 6$ cm.
Les bissectrices des angles $\widehat{AMS}$ et $\widehat{MAR}$ se coupent en O.
a. Démontre que O est à 3 cm de la droite (AM).
b. Démontre que le cercle de centre O de rayon 3 cm est tangente aux 3 côtés du trapèze.

Exercice 30 :

Trace un cercle $\mathcal{C}$ de centre O ; place sur ce cercle deux points A et B tels que les tangentes à $\mathcal{C}$ en A et B se coupent. On appelle I leur point d'intersection.

Place un point P sur l'arc $\widehat{AB}$ sur le dessin.
La tangente à $\mathcal{C}$ en P coupe le segment $[AI]$ en C et le segment $[BI]$ en D.
Démontre que le périmètre du triangle CDI ne change pas si on modifie la position de P sur l'arc.

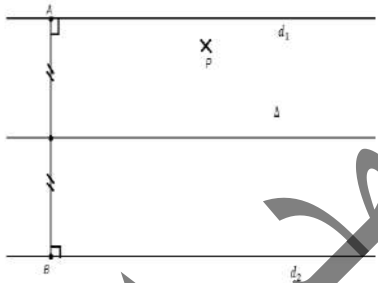


Exercice 31 :

On donne un cercle de centre O, de rayon 37 mm et un point A à 63 mm du point O.
Construis les droites passant par A et tangentes au cercle, désigne par T et T' les points de contact de chaque tangente avec le cercle $\mathcal{C}$.
Démontre que la droite (AO) est la bissectrice des angles $\widehat{TAT'}$ et $\widehat{TOT'}$ et que $AT = AT'$

Exercice 32 : Problème de construction

a. *Démontre que les centres des cercles tangents aux droites (d_1) et (d_2) de la figure ci-dessous sont les points de la droite (Δ), médiatrice du segment $[AB]$, tel que ces cercles ont le même rayon $r = \frac{1}{2}AB$.*



b. ***Application :***
Un point P situé entre (d_1) et (d_2) étant données, construis les cercles qui passent par P et qui sont tangents à (d_1) et (d_2).
Décris et justifie la construction.

Chapitre 15 Proportionnalité

I. Activités préparatoires :

Activité 1: *Grandeurs proportionnelles*

Dans un bureau de la poste du quartier, le responsable du bureau présente le tarif de l'expédition des lettres à Sidi, agent stagiaire. Il explique à ce dernier que ce tarif est fonction du poids à raison de 20 ouguiyas par gramme, en lui demandant de compléter le tableau ci-après pour affichage à l'entrée du bureau :

Poids de la lettre en grammes	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
Prix à payer en ouguiyas											

Activité 2: *Tableau de proportionnalité*

Complète les extraits suivants du tableau précédent :

Poids de la lettre en grammes	10	20	30
Prix à payer en ouguiyas			

Poids de la lettre en grammes	25	35	60
Prix à payer en ouguiyas			

Poids de la lettre en grammes	15	30
Prix à payer en ouguiyas		

Poids de la lettre en grammes	20	50
Prix à payer en ouguiyas		

Activité 3: *Produit en croix*

On reprend les données issues de l'activité précédente en choisissant à chaque fois deux colonnes

Poids de la lettre en grammes	*15*	*30*	*Calcule et complète :* $15 \times 600 \ = \ ....\ ;\ 30 \times 300 = \cdots .$ *et* $15x \times 600 \ ...\ 30 \times 300$
Prix à payer en ouguiyas	*300*	*600*	
Poids de la lettre en grammes	*25*	*60*	*Calcule et complète :* $25 \times 1200 \ = \ ....\ ;\ 60 \times 500 = \cdots .$ *et* $25 \times 1200 \ ...\ 60 \times 500$
Prix à payer en ouguiyas	*500*	*1200*	
Poids de la lettre en grammes	*35*	*50*	*Calcule et complète :* *35×1000 = ... ; 50×700=.... et 35×1000 ....50×700*
Prix à payer en ouguiyas	*700*	*1000*	
Poids de la lettre en grammes	*40*	*45*	*Calcule et complète :* $40 \times 900 \ = \ ....\ ;\ 45 \times 800 = \cdots .$ *et* $40 \times 900 \ldots\ldots 45 \times 800$
Prix à payer en ouguiyas	*800*	*900*	

Activité 4: *Représentation graphique :*

Voici le tableau de proportionnalité donnant le tarif d'expédition des lettres

Poids de la lettre en grammes	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
Prix à payer en ouguiyas	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200

1. *Trace deux axes perpendiculaires en un point O :*
   - *Un axe horizontal, sur lequel on porte le poids de la lettre en choisissant 1cm pour 10 grammes.*
   - *Un axe vertical sur lequel on porte le tarif d'expédition de la lettre en choisissant 1cm pour 100 ouguiyas.*
2. *Place les points* (10 ; 200) ; (15 ; 300) ; (20 ; 400) ; (25 ; 500) ; (30 ; 600) ;.....
3. *Vérifie que ces points sont sur une même droite et que cette droite passe par le point O.*

II. Je retiens :

1. Grandeurs proportionnelles :

Régle 1 :
Deux grandeurs sont proportionnelles si on passe des valeurs de la première grandeur aux valeurs de deuxième en multipliant toujours par un même nombre.

Remarque 1 :
Si deux grandeurs sont proportionnelles, lorsqu'on multiplie l'une par un nombre non nul l'autre est multipliée par ce même nombre.

2. Tableau de proportionnalité :

Définition 1:
Pour présenter une situation de proportionnalité on utilise souvent un tableau dit tableau de proportionnalité dans lequel, on passe de la première ligne à la seconde en multipliant par un même nombre.
Ce nombre est appelé coefficient de proportionnalité.
Inversement on passe de la seconde ligne à la première en divisant par le coefficient de proportionnalité.

Propriétés 1:
Dans un tableau de proportionnalité, on peut additionner deux colonnes.

Propriétés 2:
Dans un tableau de proportionnalité, on peut multiplier une colonne par un nombre.

Remarque 2 :
Dans un tableau de proportionnalité, si l'une des colonnes n'a pas le même coefficient multiplicateur que les autres colonnes, il ne s'agit pas d'une situation de proportionnalité

3. Produit en croix :

Régle 2 :
Dans un tableau de proportionnalité les produits en croix sont égaux et on écrit :

Situation de proportionnalité	**1ere ligne**	**a**	**b**	Les produits en croix : $a \times d = b \times c$
	1ème ligne	**c**	**d**	

4. Représentation graphique :

Propriétés 3:
- Si l'on représente graphiquement une situation de proportionnalité, alors on obtient des points alignés avec l'origine du repère.
- Inversement : Si les points marqués sur un graphique sont alignés avec l'origine du repère alors ils représentent une situation de proportionnalité

5. Pourcentages :

Un pourcentage est un coefficient de proportionnalité exprimé sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est 100.

Exemple 1 :

15 % se prononce "quinze pour cent" et s'écrit sous forme d'une fraction $\frac{15}{100}$.

Tableau de proportionnalité :

100	28000
15	4200

$\times \frac{15}{100}$

Régle 3 :

Appliquer un pourcentage p% c'est multiplier cette quantité par $\frac{p}{100}$.

6. Echelle :

Sur un plan, les distances sont proportionnelles aux distances réelles.
L'échelle permet de représenter une situation réelle sur une carte ou un plan de sorte que les dimensions sur la carte soient proportionnelles aux dimensions réelles.
L'échelle permet de faire un agrandissement ou une réduction des dimensions réelles en respectant la proportionnalité entre dimension réelle et celle représentée.

Définition 2:

On appelle « échelle » le coefficient de proportionnalité qui permet de passer des distances réelles aux distances du plan, les distances étant exprimées dans la même unité

Distance réelle	a	b
Distance sur la carte	c	d

× échelle

Exemple 2 :

On peut lire sur une carte : échelle $\frac{1}{20\,000}$. Cela signifie que **1cm** sur la carte correspond à **20 000cm** dans la réalité, (c'est-à-dire à 200m car 20 000cm = 200m)

Remarque 3 :

- L'utilisation d'une échelle sur une carte est un exemple de situation qui relève de la proportionnalité
- Pour passer d'une distance sur la carte à la distance réelle ou inversement, on peut utiliser un tableau de proportionnalité.

Régle 3 :

- On a les formules suivantes :
  - **Echelle** $= \dfrac{\textbf{Dimension sur une carte}}{\textbf{Dimension réelle}}$
  - **Distance sur une carte** = **Distance réelle** × **Echelle**
  - **Distance réelle** = **Distance sur une carte** ÷ **Echelle**
- Déterminer une distance réelle ou sur la carte revient à chercher la quatrième proportionnelle

Distance réelle	a	b	a×d=b×c
Distance sur une carte	c	d	

Remarque 3:

Il est parfois essentiel que les distances sur le plan et dans la réalité soient exprimées dans la même unité.

__NB :__ Dans ce chapitre, on s'est limité aux notions fondamentales en soulignant que ces notions seront développées dans les exercices divers et réinvesties dans le chapitre sur les statistiques.

III. Je sais - faire :

Enoncés des exercices d'application :

Exercice d'application 1

Un marchand accorde à ses clients des remises proportionnelles aux montants de leurs achats :

Achats en Ouguiya (MRO)	300	500	x	1000	1500
Remise (MRO)	45	y	135	?	?

a. Quel est le coefficient de proportionnalité qui exprime la remise en fonction du montant des achats ?
(Montant des achats) × .... = Remise

b. Calcule x et y : x = ... y = ...

c. Quelles remises accorde-t-il pour 1000 et 1500 **(MRO)** d'achat ?

Exercice d'application 2

Calcule la quatrième proportionnelle dans cas suivants :

2	5
60	?

5	60
?	2

?	5
2	60

28	2,1
?	6

11	5,5
35	?

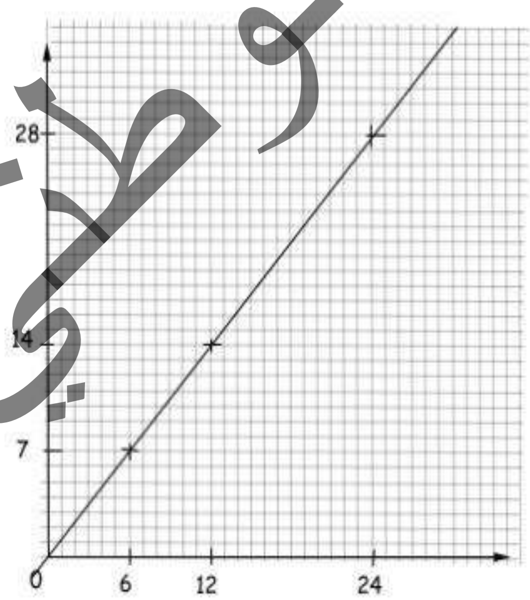
0,3	4,2
1,35	?

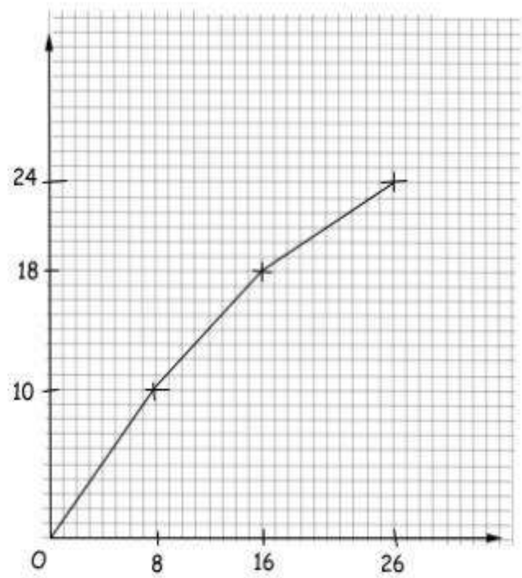
Exercice d'application 3

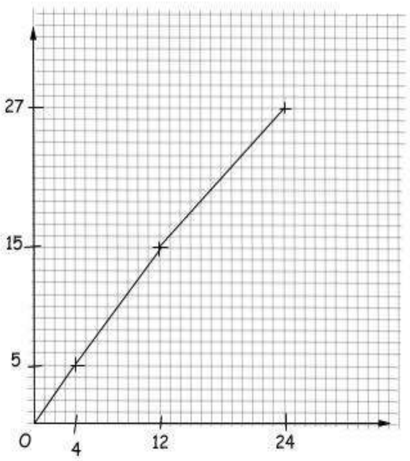
Ce tableau récapitule la consommation d'essence d'un automobiliste effectuant un trajet :

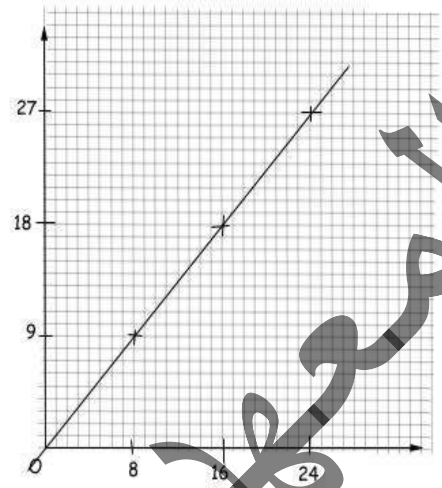
Consommation en carburant (l)	1,6	2,4	3,2	4	4,8	6,4	8	9,6	11,2	12
Distance parcourue (km)	20	30	40	50	60	80	100	120	140	150

1. a. Représente graphiquement cette situation en choisissant des unités convenables sur les axes. Cette situation est-elle une situation de proportionnalité ?
   b. Lis sur le graphique la consommation correspondante à une distance parcourue de 250km ? 420km ? Retrouve ces résultats par le calcul.
2. On donne les graphiques suivants :









Quels sont ceux qui représentent des situations de proportionnalité ?

Exercice d'application 4

Le cerveau humain ne représente que 2 % de la masse du corps humain. Quelle est la masse du cerveau d'une personne pesant 53 kg ?

Exercice d'application 5

Sur une carte, 1cm représente 2km.

1. *L'échelle de cette carte est-elle :* $2\,;\frac{1}{2}\,;\frac{1}{200\,000}\,;\frac{2}{10\,000}\,;\frac{1}{20000}\,;\frac{2}{100\,000}$?
2. *Le lac situé dans cette région mesure à peu près 9cm du nord au sud.*
   Quelle est sa longueur réelle ?
3. *Deux localités A et B de cette région sont situées à 45 km l'une de l'autre par l'autoroute.*
   Quelle est cette distance sur la carte ?

Solutions des exercices d'application

Exercice d'application 1

a. *Le coefficient de proportionnalité est* $\frac{45}{300} = \frac{3}{20}$.

Remise = Montant des achats $\times \frac{3}{20}$

b. $x = \frac{20}{3} \times 135 = 900$ *et* $y = 500 \times \frac{3}{20} = 75$.

c. *La remise accordée pour 1000 est* $1000 \times \frac{3}{20} = 150$

et la remise accordée pour 1500 est $1500 \times \frac{3}{20} = 225$.

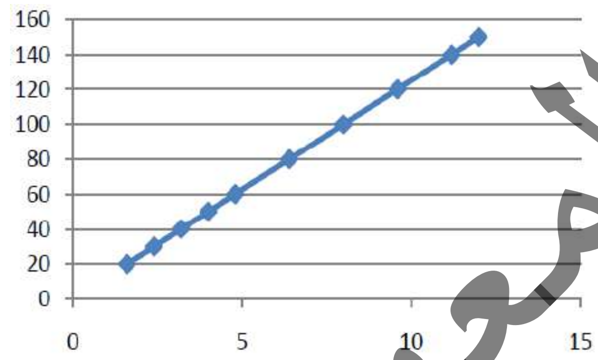
Exercice d'application 2

On a : pour le premier, la quatrième proportionnelle est $\frac{5\times60}{2} = 150$, *pour les autres on a successivement* $\frac{1}{6}\,;\frac{1}{6}\,;80\,;17{,}5$ *et* $18{,}9$.

Exercice d'application 3

1. a. Il s'agit bien d'une situation de proportionnalité dont le coefficient est : $\frac{200}{16} = 12{,}5$.

b. On représente cette situation comme suit, la consommation sur l'axe des abscisses et la distance D sur l'axe des ordonnées.



2. Le premier graphe à gauche et l dernier graphe à droite, représentent des situations de proportionnalité.

Exercice d'application 4

La masse du cerveau est $\frac{2}{100} \times 53 = 1{,}06kg$.

Exercice d'application 5

L'échelle de la carte est $\frac{\text{dimension sur la carte}}{\text{dimension reelle}}$

La dimension sur la carte est 2km, convertissons cette distance en cm :

Conversion en cm : 1km=1000m=100000cm, donc 2km=2× 100000=200 000cm.

D' où la réponse est $\frac{2}{100\,000}$.

1. Mesure sur la carte est 9cm

Appliquons le tableau de proportionnalité, recherche de la quatrième proportionnelle

Mesure réelle	100 000	P	$\frac{2}{100\,000}$
Mesure sur la carte	2	9	

Mesure réelle=Mesure sur la carte × $\frac{100\,000}{2}$, donc P= (100 000×9)÷2=450 000cm

soit P =450 000cm =4,5km. D'où : P=4,5 km.

2. Distance sur la carte = distance réelle×Echelle.

Distance réelle = 45km = 4500 000 cm P=4,5 km

Distance sur la carte = 4500000 × $\frac{2}{100\,000}$ =90cm.

IV. Je m'exercice :

Exercice 1 :

Réponds par vrai ou faux et justifie ta réponse.

1. *Le prix d'une voiture n'est pas proportionnel à son poids.*
2. *La consommation d'une voiture est proportionnelle à sa vitesse.*
3. *Le poids d'une personne est proportionnel à sa taille.*
4. *Le poids d'une personne est proportionnel à son âge.*
5. *Le périmètre d'un champ carré est proportionnel à la longueur du côté.*

Exercice 2 :

Les tableaux suivants représentent des tableaux de proportionnalité.

a.

8	6
12	?

b.

9	?
6	4

c.

0 ,4	?
0,7	7

d.

?	50
1	0,5

e.

15	9
10	?

f.

0 ,45	?
0,75	7

Exercice 3 :

Trois poules pondent 3 œufs en un jour.

- *Combien pondent 3 poules en 9 jours ?*
- *Combien pondent 9 poules en 1 jour ?*
- *Combien pondent 9 poules en 9 jours ?*

Exercice 4 :

La vitesse du son dans l'aire est $330m/s$.
Exprime cette vitesse en km/s.

Exercice 5 :

Ahmed quitte sa maison à 9h15, pour se rendre chez son oncle, ou il arrive à10h45. Il a marché à la vitesse de $5\ km/h$.
A quelle distance de chez son oncle habite-t-il ?

Exercice 6 :

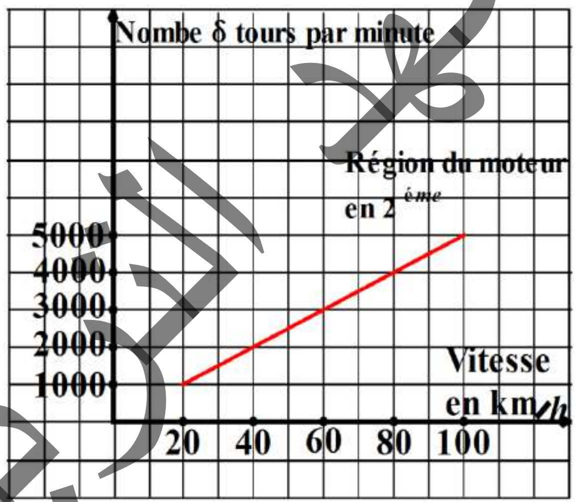
Les vannes d'un barrage se referment lorsque le lac a été vidé. Il faut alors exactement trois jours pour que le réservoir d'eau soit complètement rempli. Durant ces trois jours le débit de la rivière est de $500m^3$. Quel est le volume d'une retenue par le barrage ?

Exercice 7 :

Une pompe qui débite $5\ l/s$ peut elle vider en moins de trois minutes une citerne de $500\ l$? Une citerne de $1000\ l$?

Exercice 8 :

Le graphique suivant représente le nombre de tours par minutes du moteur d'un véhicule en fonction de sa vitesse.



a. *En lisant le graphique, complète le tableau :*

Vitesse en km/h	20	40	60	80	100
Nbre de tours par minute					

b. *Le nombre de tours par minutes du moteur est-il proportionnel à la vitesse ?*

Exercice 9 :

Aicha épicière du quartier a fait $55\ l$ de jus avec $120\ kg$ de pomme ?

a. *Quel volume de jus aurait-elle obtenu avec $60\ kg$ de pommes ?*
b. *Avec $85\ kg$ de pommes ? (arrondis à l'unité)*
c. *Combien de kg de pommes lui aurait-elle fallu pour faire $110\ l$ de jus ? $100\ l$ de jus (arrondis à l'unité)*

Exercice 10

Sur une carte on lit « 1 cm pour 2,5 km »

1. *Explique ce que signifie cette phrase.*
2. *Complète les tableaux de proportionnalité :*

a.

Distance réelle en km	2,5	7,5	12
Distance sur la carte en cm	1		

b.

Distance réelle en km	1	3,2	6
Distance sur la carte en cm	2,5		

Exercice 11

Un automobiliste parcourt 130 km en 2 h 30. Combien de kilomètre parcourt-il en 1 h 30 à la même vitesse ?

Exercice 12

Un commerçant fait une remise de 200 UM sur un article vendu habituellement à 1500 UM. Sa femme lui dit qu'avec une remise de 15 % l'article serait vendu moins cher.

a. *A-t-elle raison ? Justifie ta réponse.*
b. *Quel est son nouveau prix de vente ?*
c. *Le 1er Décembre 2004 son prix augmentede 10 %. Quel est le pourcentage d'augmentation entre le 01 janvier 2004 et le 04 décembre 2004 ?*

Exercice 13

Un robinet a un débite 0,5 l/s il doit remplir une citerne ayant la forme d'un pavé droit de longueur 2,5 m, de largeur 1,5 m et de hauteur 0,5 m.
Calcule la contenance de cette citerne, puis le temps nécessaire pour la remplir.

Exercice 14

On donne le tableau suivant :

Métal	Argent	Or
Masse volumique	10,5	19,5

Amine possède une bague et veut savoir si elle est entièrement en or. Sa bague pèse 5,256 g et a un volume égal à 350 mm^3.

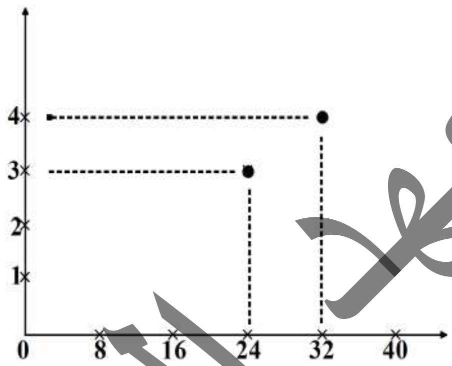
a. *Calcule la masse volumique de la bague et dis si cette bague est un « or pur »*
b. *Quelle serait la masse d'une bague entièrement en or ayant le même volume ?*
c. *Est-il possible que la bague d'Amina soit composée à d'or et à moitié d'argent ?*

Exercice 15

On donne le tableau suivant :

8,4	16	24	32	40	44
1,05	2	3	4	5	5,5

a. *Recopie et complète le graphique en utilisant le tableau ci-dessus.*



b. *Ce graphique représente-t-il une situation de proportionnalité ?*
Si oui calcule les coefficients de proportionnalité correspondant à ce graphique.

Exercice 16

Roukaya a une boîte vide qui pèse 200g. Quand elle l'a rempli d'eau, sa masse est 1550 g. Roukaya dépose alors sa boîte au congélateur pour obtenir un glaçon.
La masse volumique d'eau est de 1 g/cm^3 et celle de la glace est de 0,99 g/cm^3.
Quel est le volume de glace dont dispose Roukaya ?

Exercice 17

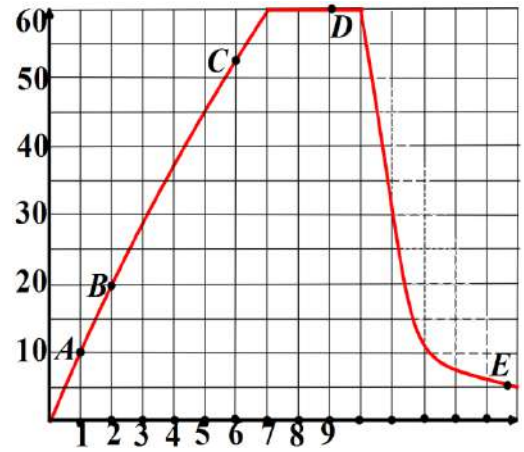
On appelle $\mathscr{A}$ l'aire d'un carré dont le côté mesure x et P son périmètre.
Reproduis et complète le tableau suivant :

x(cm)	1	2	3	4	5
$\mathscr{A}$(cm^2)					
$\mathscr{P}$(cm)					

a. *Représente graphiquement ce tableau.*
b. *L'aire $\mathscr{A}$ est-elle proportionnelle à x ?*
c. *Le périmètre $\mathscr{P}$ est-il proportionnel à x ?*
d. *Qu'observe-t-on sur le graphique ?*

Exercice 18

Le frère de Sidi pratique son sport favori, le parachutisme. Au cours d'un saut, sa vitesse est enregistrée par un appareil électronique. L'étude des mesures effectuées fournit le graphique suivant :



L'instant $t = 0$ *correspond au début du saut*

a. *Quelle était la vitesse du frère de Sidi* 5 *secondes après le début du saut ?*

b. *Combien de secondes après avoir sauté a-t-il ouvert son parachute ?*

A l'aide du graphique complète tableau suivant :

Durée de la chute en (s)	A	B	C	D	E
Vitesse en m/s					

Exercice 19

Une société de location de voiture fixe le tarif, en fonction du nombre d'heures, comme l'indique le tableau suivant :

Nbre d'heures	1	2	3	4	5	6	7	8
Prix en UM	2600	5200	7800	10400	13 000	15 600	18 200	20800

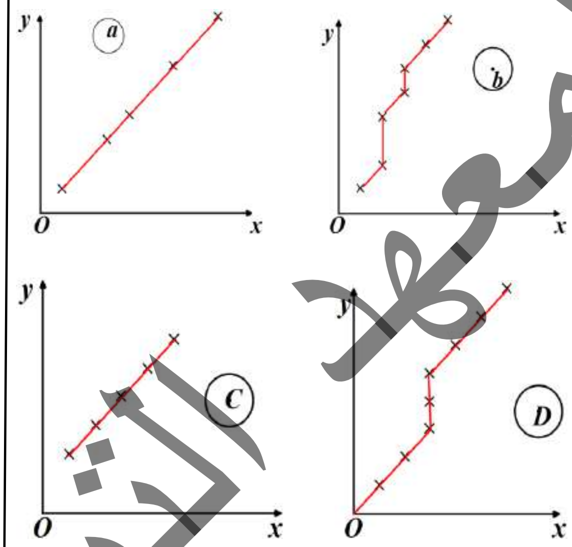
a. *Le tarif est-il proportionnel au nombre d'heures ? si oui comment peut-on le calculer en fonction du nombre d'heures ?*

b. *Représente graphiquement le tableau en prenant :*
   - 1 cm *sur l'axe* (ox) *pour* 1 h *.*
   - 1 cm *sur l'axe* (oy) *pour*1000 *UM .*

c. *Le tableau traduit-il une situation de proportionnalité ? et pourquoi ?*

Exercice 20

Examine les graphiques ci-dessous. Indique ceux qui représentent une relation de proportionnalité.



Exercice 21

6 cm sur une carte représentent 15 km dans la réalité.

1. *Quelle est l'échelle de cette carte ?*
2. *Deux villes sont séparées de 31 km à vol d'oiseau. Quelle est la longueur, en cm, séparant ces deux lieux sur la carte ?*
3. *Quelle est en km la distance entre deux villes séparées sur la carte de 4,8 cm ?*

Exercice 22

1. *Sur une carte, on lit « 1 cm représente 150 m ». Quelles distances sur le terrain sont représentées par 3cm ; 7cm ; 9,5cm ?*
2. *Sans faire de nouveaux calculs, quelles distances sont représentées par 9cm ; 19cm ; 21cm ?*
3. *Quelles longueurs sur la carte représenteront 50 m ; 200 m ; 500 m ? On donnera des valeurs arrondies au dixième.*

Exercice 23

1. *Un commerçant fait une réduction de 52% sur un article A qui coutait25000um. Quel est le nouveau prix de l'article A ?*

2. Il fait une réduction de 12950MRO sur une marchandise B qu'il vendait à de 35000MRO. Quel est le pourcentage de réduction accordé par le commerçant ?
3. Il vend à 14000MRO un article C dont le prix était de 25000MRO. Quel est le pourcentage de réduction accordé par le commerçant ?

Exercice 24

Dans un collège de 1 050 élèves, 58 % des effectifs sont demi-pensionnaires. Parmi ceux-ci, 23 sont des filles. Il y a 210 filles qui ne sont pas demi-pensionnaires.

a. Combien de filles demi-pensionnaires compte ce collège ?

b. Combien y a-t-il de garçons demi-pensionnaires ?

c. Quel est le pourcentage de garçons dans le collège ? (arrondis au dixième près)

Exercice 25

Lorsque je fais une mousse au chocolat pour 9 personnes, j'utilise 6 œufs.

Quand je fais la même mousse au chocolat pour 15 personnes, j'utilise 10 œufs.

1. Vérifier qu'il y a proportionnalité
2. Combien faudra-t-il d'œufs si je fais la même mousse au chocolat pour 24 personnes ?
3. Combien faudra-t-il d'œufs si je fais la même mousse au chocolat pour 30 personnes ?
4. En utilisant 4 œufs, pour combien de personnes peut-on faire de la même mousse au chocolat ?

Exercice 26

Pour obtenir 12 crêpes, il faut 250 g de farine

1. Quelle masse de farine faut-il pour 36 crêpes ? Pour 15 crêpes ?

2. Combien de crêpes peut-on préparer avec 1kg de farine ? Avec 625 g de farine ?

Exercice 27

Le plan du quartier ou habitent Mohamed et Fatou a été réalisé à l'échelle 1/10000 c'est à dire que la distance réelle est 10000 fois plus grande que celle indiquée sur la carte.

1. Sur ce plan leurs habitations sont distantes de 15cm. Combien cela représente-t-il en réalité en cm puis en mètres ?
2. Il y a un lampadaire situé à 50m de chez Fatou. A quelle distance de chez Fatou est-il situé sur le plan ?

Exercice 28 Astronomie

On représente le soleil, la terre, Mars et la lune par quatre boules de diamètres différents. Les distances données dans les tableaux sont approximatives. Complète le tableau suivant sachant que le Soleil est représenté par une boule de diamètre 14 cm.

	Diamètre réel	Diamètre de la representation
Soleil	1391684 km	14 cm
Terre	12742 km	..... mm
Mars	6780 km	..... mm
Lune	3474 km	..... mm

Exercice 29 Solde

Le 28 novembre, un magasin a vendu un jeu électronique à 600 MRU. Puis, le 1^{er} janvier, son prix augmente de 25 %.

Enfin, à partir du 1^{er} février, ce jeu est soldé et une réduction de 25 % est faite sur le prix affiché en janvier.

Quel est le prix du jeu en février ?

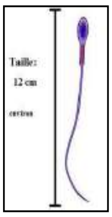
Exercice 30 Maquette d'un immeuble

La maquette d'un immeuble à pour hauteur 110 cm.

Sa hauteur réelle est de 55m.

1. Calcule l'échelle de cette maquette.
2. La largeur de la base de la maquette est 25cm et sa longueur est 30cm.
   Calcule la largeur et la longueur réelle de cet immeuble.

Exercice 31 Spermatozoïde



Lors d'une séance de sciences naturelles, un élève utilise un microscope, avec un agrandissement égal à 2000, et observe un spermatozoïde.

Le schéma ci-contre correspond à son observation et au dessin qu'il en a fait.

Calcule la taille réelle du spermatozoïde.

I. Activités préparatoires :

Activité 1: *Effectif ; mode*

Un groupe d'élèves de 2ème AS décidé d'enquêter sur le nombre d'enfants de chacune des quarante familles d'un petit village. Voici les données collectées :

5	7	6	8	4	3	7	4	3	5
3	9	5	5	2	4	6	8	7	4
6	4	7	6	7	5	8	1	0	2
2	7	5	3	8	4	9	4	1	6

1. *Présente sous forme d'un tableau comme suit :*

Nombre d'enfants	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre de familles									

2. *Quel est le nombre de familles qui ont 3 enfants ? 5 enfants ? 7 enfants ?*
   Quel est le nombre total des enfants du village ?
3. *Quel est le nombre d'enfants le plus cité dans cette enquête ?*

Activité 2:

Moustapha et Béchir ont enquêté auprès de leurs camarades de 2°AS pour connaitre leurs tailles. Ils ont obtenu les réponses suivantes exprimées en centimètres :

157	163	155	148	156	143	159	162	164	161
159	148	155	153	151	154	143	140	147	152
149	154	151	157	162	153	147	152	154	156
142	147	145	163	148	149	159	164	151	146

1. *Pour ordonner les résultats Moustapha a produit le tableau suivant :*

Taille en cm	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152
Effectif	1	0	1	2	0								

Taille en cm	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164
Effectif												

Complète ce tableau.

2. *Béchir préfère organiser ces données en classes.*

Taille en cm	140 à 144	145 à 149	150 à 154	155 à 159	160 à 164
Effectif	4				

a. *Reproduis et complète le tableau ci-dessus.*
b. *Quel est l'écart entre la plus grande valeur et la plus petite dans chaque classe ?*
c. *Quelle est la valeur qui partage chaque classe en deux parties égales ?*
d. *Détermine l'effectif total ; calcule les quotients des effectifs par l'effectif total puis complète, en ajoutant une troisième ligne à chacun des deux tableaux proposés par Moustapha et Béchir.*

Activité 3:

On demande à 480 habitants de Nouakchott de remplir un questionnaire ci- après :

Quel est votre principal loisir ?		
☐ Football	☐ Camper	☐ La pêche
☐ Promenade	☐ Télévision	☐ Autre

Leurs réponses ont été consignées dans le tableau suivant :

Loisir	Football	Camper	La pêche	Promenade	Télévision	Autre	Total
Effectif	24	120	144	60	84	48	480

Partie 1 : (représentation par un histogramme)

1. Trace deux axes perpendiculaires en point O
   - l'un horizontal sur lequel porte les noms des loisirs séparés par une distance régulière
   - l'autre vertical sur lequel porte les effectifs : 1cm pour un effectif de 20
2. Trace des bandes verticales issues des loisirs dont les hauteurs sont proportionnelles aux effectifs correspondants, le diagramme ainsi obtenu est appelé histogramme.

Partie 2: Représentation par un diagramme circulaire

1. Complète le tableau qui suit, sachant que les effectifs doivent être proportionnels aux mesures des secteurs angulaires dont le sommet commun est au centre d'un cercle :

Loisir	Football	Camper	La pêche	Promenade	Télévision	Autre	Total
Effectif	24	120	144	60	84	48	480
Angle en degré							360°

2. Dessine un cercle, puis à l'aide d'un rapporteur détermine le secteur correspondant à chaque effectif en lui donnant une couleur distinctive.

Le diagramme ainsi obtenu est appelé diagramme circulaire.

Activité 4:

Le père de Mohamed a reporté dans un tableau le temps, exprimé en minutes, que son enfant a passé devant la télévision pendant une semaine. Calcule le temps moyen passé par Mohamed devant la télévision

Jour	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
Temps (mn)	76	64	120	71	57	130	140

Activité 5:

Dans le collège du village, chaque élève de 4°AS a indiqué le nombre de livres qu'il a lus durant la période de la manifestation dite « Défi de la lecture ».

Voici les résultats de l'enquête :

Nombre de livres lus	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Effectif	2	4	4	3	2	2	1	1	1

Calcule le nombre moyen de livres lus, en moyenne, par les élèves de 4°AS durant la période de la manifestation.

II. Je retiens :

1. Données statistiques :

1. a. Effectif ; mode :

Définition 1:

Dans une série statistique :

1. *L'effectif d'une donnée est le nombre de fois qu'elle apparait ;*
2. *Le mode est la valeur de la donnée dont l'effectif est le plus grand ;*
3. *L'effectif total est la somme de tous les effectifs*

Remarque 1 :

Une série statistique peut avoir plusieurs modes.

1. b. Regroupement par classe ; Fréquence :

Définition 2:

- *Quand les données statistiques sont numériques et nombreuses, on les regroupe en classes pour faciliter la lecture et l'interprétation :*
  - *L'écart entre la plus grande valeur et la plus petite de la classe s'appelle l'amplitude ;*
  - *Le centre de la classe est la demi- somme de la plus grande valeur et la plus petite de cette classe.*
- *Dans une série statistique, la fréquence d'une donnée (ou d'une classe) est le quotient de son effectif par l'effectif total :*

$$\text{fréquence d'une donnée} = \frac{\text{effectif de la donnée}}{\text{effectif total}}$$

La fréquence est un nombre inférieur ou égal à 1, on peut l'exprimer par pourcentage.

Remarque 2 :

On se contentera de faire des regroupements en classes d'amplitudes égales.

2. Données statistiques et représentations graphiques :

Résumé :

On a évoqué deux modes de représentation dans l'activité 3. Cependant, on peut aussi représenter une série statistique par d'autres modes de représentation :

- *Si les bandes sont remplacées par des segments, on obtiendra un diagramme en bâtons.*
- *On obtiendra un diagramme semi – circulaire si on substitue au cercle un demi-cercle.*

3. Moyenne arithmétique et moyenne pondérée :

3. a. Moyenne arithmétique :

Régle 1 :

Pour calculer la moyenne d'une série statistique, on additionne toutes les valeurs du caractère de la série puis on divise par le nombre de valeurs de la série.

3. b. Moyenne pondérée :

Régle 2 :

Pour calculer la moyenne pondérée d'une série statistique, on additionne les produits des effectifs par les valeurs du caractère puis on divise la somme obtenue par l'effectif total de la série.

III. Je sais - faire :

Enoncés des exercices d'application :

Exercice d'application 1

Une ONG décide de faire une sensibilisation sur les dangers de la malnutrition en milieu scolaire, en marge de la manifestation, les données relatives aux poids des élèves d'une classe de l'école fondamentale du village ont été collectées. Voici les résultats :

25	27	26	28	24	23	27	24	33	25	30	24
23	29	25	25	32	24	26	28	27	24	22	33
26	24	27	26	27	25	28	31	30	32	31	32
32	27	25	31	28	24	29	24	31	26	23	34

1. *Dresse le tableau des effectifs.*
2. *Détermine l'effectif total et le (ou les) mode(s).*

Exercice d'application 2

Voici les notes en Mathématiques obtenues par trente élèves d'une 2°AS.

16	4	17,5	13	6,5	12,5	5,5	8	18	15	11	10	12	9	11
14	6	2,5	7	3,5	7,5	4,5	12	10	15	19	10	8	11	14

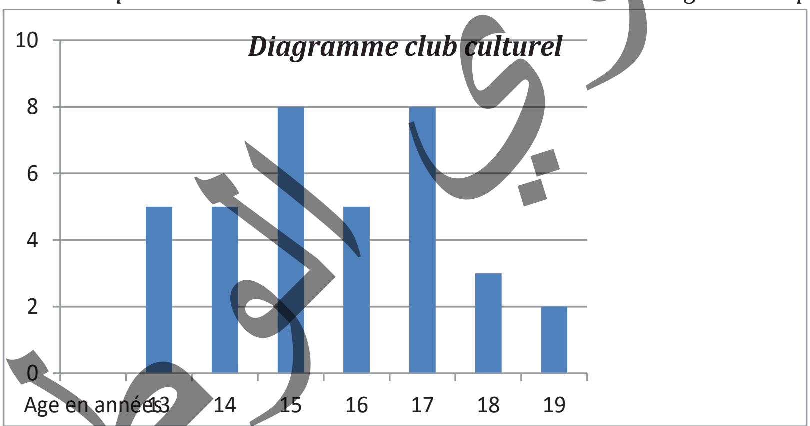
Le professeur décide de regrouper les notes en cinq classes d'amplitude 4.

Complète le tableau suivant :

Note : n	$0 \leq n < 4$	$4 \leq n < 8$	$8 \leq n < 12$	$12 \leq n < 16$	$16 \leq n < 20$
Effectif					
Fréquence					

Exercice d'application 3

Voici la répartition des membres d'un club culturel du collège donné par cet histogramme.



1. *Détermine le tableau des effectifs des adhérents au club.*
2. *Représente cette répartition par un diagramme circulaire.*
3. *Sachant que le nombre des élèves inscrits dans ce collège atteint 216 élèves et que la répartition par âge est la même. Quels sont leurs effectifs par âge dans ce collège ?*

Exercice d'application 4

Leila et Samba d'élèves de $2^{ème}$ AS sont chargés par le maire de la commune d'enquêter sur le nombre de personnes dans chacune des quarante familles d'un village. Voici les données collectées :

6	9	8	10	6	5	9	6	4	7
5	11	7	7	4	6	8	9	9	6
8	6	9	8	9	7	10	3	2	4
4	9	7	5	10	6	12	6	3	8

1. *Dresse le tableau des effectifs et des fréquences*
2. *Calcule le nombre moyen de personnes par foyer*
3. *On fait un regroupement par classe d'amplitude 2.*

Nombre de personnes : n	$1 \le n \le 3$	$4 \le n \le 6$	$7 \le n \le 9$	$10 \le n \le 12$
Effectif				

   a. *Complète le tableau en déterminant l'effectif de chaque classe.*
   b. *Détermine le centre de chacune de ces classes. Peut-on calculer le nombre moyen de personnes par famille en utilisant les centres des classes.*

Solutions des exercices d'application

Exercice d'application 1

1. *Je détermine les effectifs en relevant le nombre d'élèves ayant même poids puis je présente les résultats dans le tableau suivant :*

Notes	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
Effectif	1	3	8	6	5	6	4	2	2	4	4	2	1

2. *L'effectif total de cette série est 48 et son mode est 8.*

Exercice d'application 2

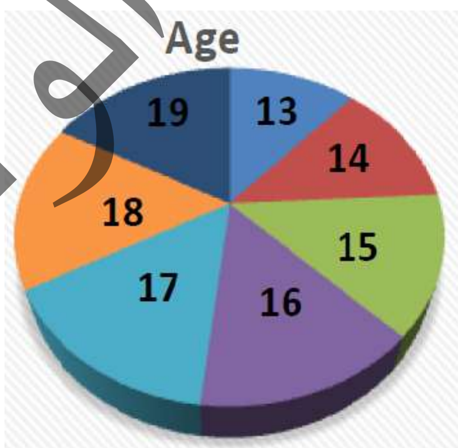
Je complète le tableau dans lequel le professeur a décidé de regrouper les notes :

Note : n	$0 \le n < 4$	$4 \le n < 8$	$8 \le n < 12$	$12 \le n < 16$	$16 \le n < 20$
Effectif	2	7	9	7	5
Fréquence	$\frac{2}{30} = 0{,}067$	0,23	0,3	0,23	0,166

Exercice d'application 3

1. *La lecture du diagramme donnant la répartition des membres du club culturel a donné les résultats suivants :*

Age	13	14	15	16	17	18	19
Effectif	5	5	8	5	8	3	2



2. *Si l'effectif total des élèves dans le collège est 216, en supposant que les élèves du collège sont répartis par âge de la même manière, alors les effectifs des élèves par âges sont obtenus en multipliant les effectifs des adhérents au club culturel par 6 car :* $216 \div 36 = 6$.

Age	13	14	15	16	17	18	19
Effectif	30	30	48	30	48	18	12

Exercice d'application 4

1. *Résultats de l'enquête menée par Leila et Samba dans un village :*

Nbre.Pers./ Fam.	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Effectif	1	2	4	3	8	5	5	7	3	1	1
fréquence	0,025	0,05	0,1	0,075	0,2	0,125	0,125	0,175	0,075	0,025	0,025

2. *Je calcule le nombre moyen de personnes par foyer :*

   Moyen $= \frac{2\times1+3\times2+4\times4+5\times3+6\times8+7\times5+8\times5+9\times7+10\times3+11\times1+12\times1}{40} = 6{,}75$; *soit environ 7 personnes en moyenne par foyer.*

   a. *Je complète le tableau après le regroupement par classe :*

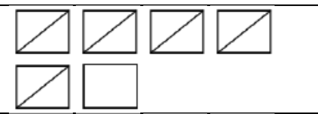
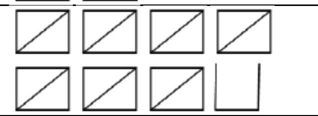
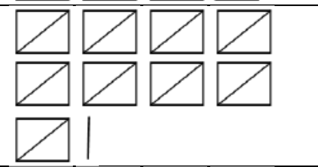
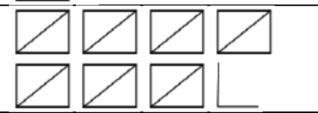
Nombre de personnes : n	$1 \leq n \leq 3$	$4 \leq n \leq 6$	$7 \leq n \leq 9$	$10 \leq n \leq 12$
Effectif	3	15	17	5
Centre	2	5	8	11

   b. *Je calcule à nouveau le nombre moyen de personnes par foyer après le regroupement par classe : Moyen* $= \frac{2\times3+5\times15+8\times17+11\times5}{40} = 6{,}8$; *soit environ 7 personnes en moyenne par foyer.*

IV. Je m'exerce :

Exercice 1 : Le dépouillement du vote

On veut compter les voix obtenues par quatre candidats lors d'une élection.
Les personnes chargées du dépouillement ont élaboré le tableau suivant :

		Total
Candidat A		29
Candidat B		…
Candidat C		…
Candidat D		…

a. *Quel est le nombre de voix obtenues par chacun des candidats ?*
b. *Combien y a-t-il de voix exprimées en tout ?*
c. *Dresse un tableau permettant de calculer les pourcentages de voix obtenues par chacun des candidats.*

Exercice 2 : Fréquences et fractions

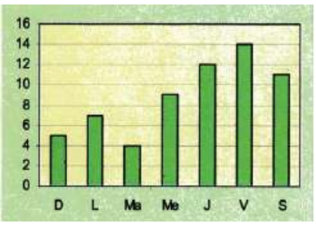
a. *Dans la série des écritures fractionnaires suivantes, lesquelles peuvent exprimer une fréquence.*
b. *Ecris alors cette fraction en écriture décimale au millième*

$\frac{1}{2}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{3}{6}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{7}$; $\frac{6}{5}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{12}{100}$.

c. *Ecris alors ces fréquences en écriture décimale au millième puis, chacune d'elles, en pourcentage au dixième.*

Exercice 3 : Les poulets de la semaine

Le graphique ci-contre fournit le nombre de poulets vendus par un marchand durant une semaine.



a. *Recopie et complète le tableau suivant :*

Jours	Dim.	Lun.	Mar.	Mer.	Jeu.	Ven.	Sam.
Nbre de poulets vendus							

b. *Combien de poulets rôtis ce marchand a-t-il vendus au total dans la semaine ?*

Exercice 4 : Les élections

Voici le nombre de voix obtenues par quatre candidats lors d'une élection dans une Moughâtaa :

Candidat	A	B	C	D	Total
Nombre de voix	434	124	496	186	…
Fréquence (%)	…	10	…	…	100

a. *Combien y a-t-il eu de votants en tout ?*
b. *Complète la ligne des fréquences exprimées en pourcentage ?*

Exercice 5 : La coopérative agricole

Voici les productions, en milliers de tonnes, de deux coopératives agricoles (Coop.1 et Coop.2).

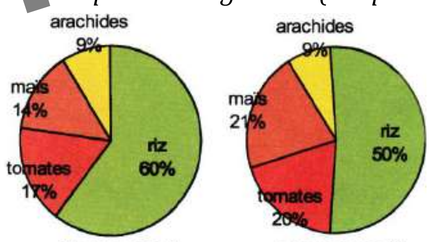


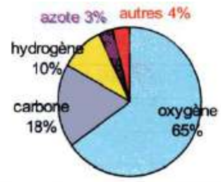
Diagramme A   Diagramme B

Culture	Riz	Tomate	Maïs	Arachide	Total
Coop.1	3000	850	700	450	5000
Coop.2	2500	1000	1050	450	5000

Associe à chacune d'elles le diagramme circulaire suivant qui convient. Justifie ta réponse.

Exercice 6 : Le corps humain

Voici la composition chimique du corps humain.



A l'âge de 12 ans, Tall mesure 1,49 m et pèse 36 kg.

Calculer sa masse en oxygène ?

A l'âge de 26 ans, Mohameden a une masse d'oxygène de 45,5 kg. Combien pèse-t-il?

Exercice 7 : Taux de mortalité

Définition de Taux de mortalité infantile : *C'est le nombre de décès de nourrissons de moins d'un an dans une année donnée pour 1 000 naissances vivantes dans la même année. Ce taux est souvent utilisé comme indicateur du niveau de santé dans un pays.*

Voici le taux de mortalité infantile de 2010 à 2018 en Mauritanie

Année	2010	2011	2012	2013	2014
Taux de mortalité infantile	61,94	60,42	58,93	57,48	56,06

Année	2015	2016	2017	2018
Taux de mortalité infantile	54,7	53,3	52,2	50,5

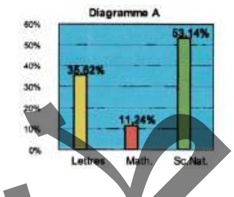
1. *Représenter les données précédentes sur un diagramme à bâtons*
2. *Calculer le taux moyen de mortalité infantile en Mauritanie durant cette période.*

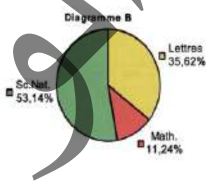
Exercice 8 : Le baccalauréat 2000

Voici le tableau des candidats admis au baccalauréat 2000 [Source : d'après DPC-MEN. Nov.2001]

Série	Lettres	Math.	Sc.Nat.	Total
Admis	957	302	1428	2687

a. *Exprime, à partir de ce tableau, tous les calculs qui ont permis de construis les deux diagrammes ci-dessous :*

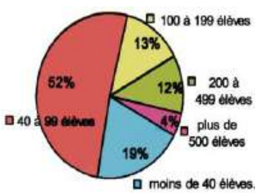




b. *Construis un diagramme semi-circulaire représentant ces données.*

Exercice 9 : La capacité des écoles

Voici un diagramme circulaire indiquant un pourcentage la répartition des écoles fondamentales mauritaniennes selon la taille.



a. *Quel est le pourcentage des écoles ayant de 40 à 99 élèves ?*

b. *Quel est le pourcentage des écoles ayant moins de 100 élèves ?*

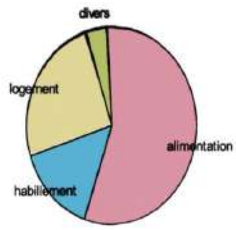
c. *En novembre 2001, il y avait en tout 2980 écoles en Mauritanie. Combien y avait-il alors d'écoles de plus de 500 élèves à cette époque ?*

d. *Reconstruis le tableau qui a permis de construire ce diagramme* circulaire.

Taille	Moins de 40 élèves	40 à 99 élèves	100 à 199 élèves	200 à 499 élèves	Plus de 500 élèves	Total
Nombre d'écoles	...	...	...	...	...	2 980
Fréquence (%)	19	52	13	12	4	100

Exercice 10: Le budget familial

Le *diagramme suivant représente la répartition des dépenses d'une famille.*

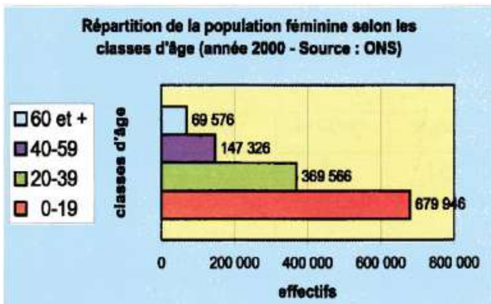


a. *Evalue le pourcentage de chaque catégorie de dépenses.*

b. *Construis un diagramme à barres (on prendra 2 mm de hauteur pour 1%).*

Exercice 11 : La population féminine en Mauritanie

Le diagramme à barres suivant représente la population féminine regroupée en classe d'âge.



a. *Combien y a-t-il de femmes* ayant entre 20 et 39 ans ?

b. *Combien de femmes ont-elles 60 ans et plus ?*

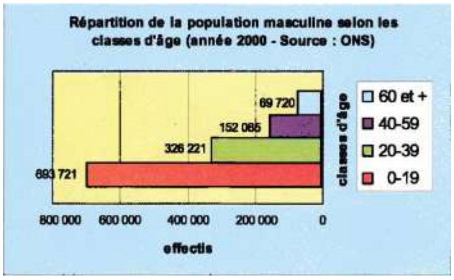
c. *Combien y a-t-il de femmes mauritaniennes en tout ?*

d. *Ecris, en quelques mots, pourquoi les effectifs diminuent dans les classes d'âge.*

e. *Construis et complète un tableau rendant compte de ces données.*

Exercice 12 : La population masculine en Mauritanie

Le diagramme à barres suivant représente la population masculine regroupée en classe d'âges.



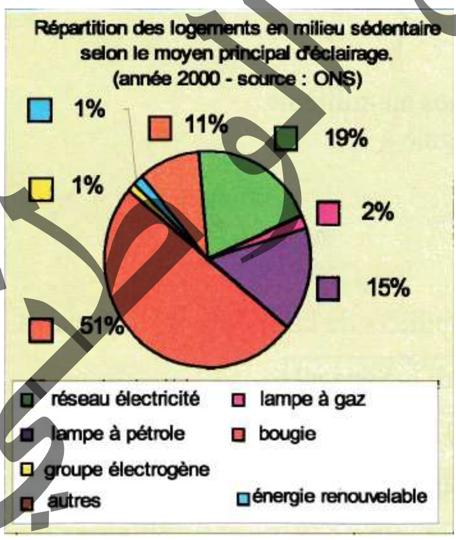
Pour ce diagramme, réponds aux questions de l'exercice précédent.

Exercice 13 : La pyramide des âges de la Mauritanie (année 2000)

En représentant côte à côte les diagrammes des populations féminine et masculine (cf. ex. 10 et ex. 11), on obtient une représentation appelée « pyramide des âges ».
Avec un papier calque, reproduis les deux diagrammes précédents. Représente ensuite « la pyramide des âges de la Mauritanie ».

Exercice 14 : Le moyen principal d'éclairage

1. Lecture d'un diagramme circulaire



a. *Quel est le pourcentage de logements en milieu sédentaire qui utilisent la lampe à gaz comme moyen principal d'éclairage ?*
b. *Quel est le moyen principal d'éclairage le plus répandu ?*
c. *De quelles natures peuvent être les énergies renouvelables ?*

2. *La construction du diagramme*
a. *Calcule la somme des pourcentages. Quelle est la mesure de l'angle au centre représentant cette somme ?*
b. *Calcule le coefficient de proportionnalité permettant de compléter le tableau suivant. Complète ce tableau.*

Eclairage	Electricité	Pétrole	Groupe	Gaz
Fréquence (%)	19	15	1	2
Angle	68,4°	...	...	...

Eclairage	Bougie	Ener. ren.	Autres	Total
Fréquence (%)	51	1	11	100
Angle	...	...	...	360

c. *Vérifie la mesure des angles calculés dans le tableau et la mesure des angles au centre sur le diagramme circulaire que tu reproduiras.*

Exercice 15 : L'âge des élèves

Dans un collège, les âges des élèves des classes de 2ème As se répartissent de la façon suivante :

Ages	11 ans	12 ans	13 ans	14 ans	15 ans	Total
Effectif	4	48	21	12	11	96
Fréquence arrondie au millième	0,042	0,500	0,219	0,125	0,115	1
Fréquence en % arrondie au dixième	4,2%	50%	21,9%	12,5%	11,5%	100

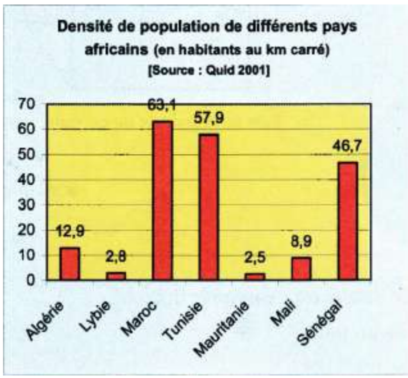
a. *Combien d'élève y a-t-il en tout ?*
b. *Quel est le mode de cette série statistique ?*
c. *Explique les calculs ayant permis d'obtenir les fréquences arrondies au millième.*
d. *Pourquoi la somme de ces fréquences n'est-elle pas exactement égale à 1 ?*
e. *Construis le diagramme à barres représentant les effectifs.*
f. *Construis le diagramme circulaire des fréquences exprimées en %.*

Exercice 16 : Les densités de populations

Voici les populations (en millions d'habitants) et les superficies (en milliers de km^2) de 7 pays africains.

Pays	Algérie	Lybie	Maroc	Tunisie
Population	30,8	5	28,2	9,5
Superficie	2 382	1 760	447	164

Pays	Mauritanie	Mali	Sénégal
Population	2,6	11	9,2
Superficie	1 026	1 240	197



a. Enumère ces pays dans l'ordre décroissant du plus peuplé au moins peuplé.

b. Enumère, dans l'ordre décroissant, ces pays du plus étendu au moins étendu.

La densité de population d'un pays est le quotient :

$$\textbf{Densité de population} = \frac{\textbf{population (en habitants)}}{\textbf{superficie (en km}^2\textbf{)}};$$

elle s'exprime en « hab/km^2 ».

c. Calcule au dixième près la densité de population de chacun de ce pays.

d. Quel est le pays dont la densité de population est le plus élevée ?

e. Le pays dont la densité de population est le moins élevée ? Explique ce phénomène.

f. Dans l'ordre décroissant, énumère les pays du plus dense au moins dense. Retrouve sur le graphique suivant les résultats de la question précédente.

Exercice 17 :

Une enquête sur le nombre de vidéocassettes achetées en un an a été menée auprès de 150 personnes.

Voici les résultats :

Nbre de cassettes achetées	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Effectif	18	5	0	7	8	27	24	32	16	8	5

Combien de cassettes sont-elles achetées en moyenne par an et par personne ?

Exercice 18 : Moyenne avec centre de classe

On a relevé les âges des candidats à un concours.

Puis on a dressé le tableau statistique suivant :

âge	[18 – 22[	[22 – 26[	[26 – 30[	[30 – 34[
Nombres de candidats	70	82	55	24

a. Détermine le centre de chaque classe.

b. Calcule le nombre total de candidats.

c. Calcule l'âge moyen des candidats.

Exercice 19 :

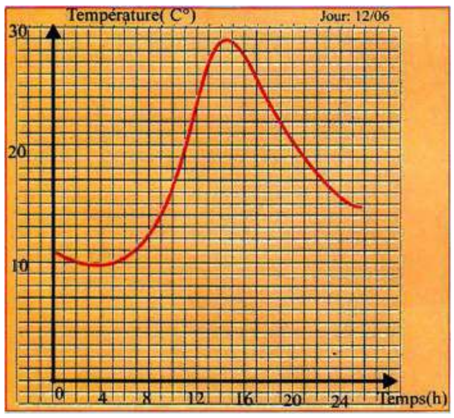
Une enquête sur le nombre d'heures passées par jour à regarder la télévision a été réalisée auprès de 1000 adolescents.

Moins de 1h : 70	De3h à moins de 4h : 230
De 1h à moins de 2h : 250	De 4h à moins de 5h : 250
De 2h à moins de 3h : 100	De 5h à moins de 6h : 100

Calcule la durée moyenne passée par jour devant la télévision par l'un de ces adolescents.

Exercice 20 :

Un appareil enregistreur a fourni la courbe des températures suivantes :



a. Relève sur ce graphique les températures toutes les deux heures à :

0 h ; 2 h ; 4 h .... Jusqu'à 24 h .

b. En calculant la moyenne de ces 13 valeurs, estime la température moyenne de la journée

Exercice 21 :

On a relevé la taille des 25 élèves de 2ème AS.

Les résultats ont été regroupés en 4 classes :

Taille(cm)	[145; 155[	[155; 165[	[165; 175[	[175; 185[
Effectif	3	9	10	3

a. A l'aide de ce tableau donne une estimation de la taille moyenne des 25 élèves.
Voici les 25 valeurs relevées :

146,5 153 154 155,5 157 158,5 159
162 163 163,5 164 164 165 165
165,5 166 167 168,5 169 172 174
174,5 177 182,5 184.

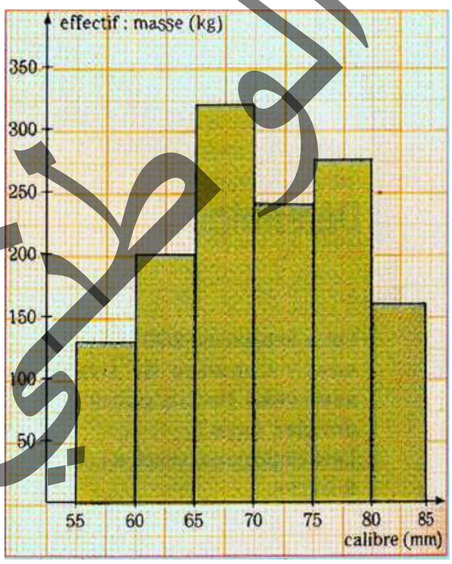
b. Calcule la moyenne de ces 25 valeurs.

c. Compare avec l'estimation du a.

Exercice 22 :

Pour la mise en vente, les pommes de terre sont triées selon leur diamètre.

Voici l'histogramme qui représente la répartition d'une récolte de pommes de terre après calibrage.



La reproduction des pommes de terre est vendue au tarif suivant :

Calibre (mm)	[55 – 60	[60 – 65	[65 – 70	[70 – 75	[75 – 80	[80 – 85
Prix (UM/kg)	70	72	75	76	78	80

a. Lis sur le graphique la masse de pomme récoltées dans chaque catégorie et calcule leur prix de vente en UM.

b. Calcule le prix de vente moyen du kilogramme de pommes de terre récoltées.

Exercice 23 :

Leyla cueille chaque jour une fleur et note le nombre de pétales que la fleur possède.
Voici le relevé qu'elle a établi sur les trente derniers jours.

Nombre de pétales	3	4	5	6	7	Total
Effectif	4	6	10	8	7	35

1. Quel est le caractère étudié ? Quelles valeurs peut-il prendre ?
2. Quel est l'effectif total ?
3. Construire un diagramme en bâtons représentant la série statistique.

Exercice 24 :

Un élève a obtenu les notes ci-dessous aux quatre épreuves d'un examen :

Physique : 14 coefs : 3

Français : 12 coefs : 3

Anglais : 12,5 coefs : 2

Mathématiques : 13,5 coef :

Il ne se souvient plus du coefficient de la note de mathématiques.
Retrouve le coefficient des mathématiques sachant que la moyenne de cet élève est 13,1.

Exercice 25

Voici le relevé des tailles (en cm) de 30 élèves de 2ème AS.

145 ; 152 ; 175 ; 182 ; 154 ; 158 ; 162 ; 165 ; 155 ; 170 ; 162 ; 148 ; 175 ; 180 ; 150 ; 164 ; 163 ; 172 ; 167 ; 166 ; 157 ; 171 ; 166 ; 160 ; 170 ; 152 ; 168 ; 166 ; 170 ; 155.

Classe	[145 – 150	[150 – 155	.....	[180 – 185
Effectif				
Fréquence				

a. *Reproduis et complète le tableau :*

b. *Calcule une valeur approchée de la moyenne de la série statistique en utilisant les centres des classes du tableau a.*

c. *Compare la moyenne calculée en b. à la moyenne calculée directement à partir des valeurs relevées.*

Exercice 26 Avec les fréquences

Valeurs x_i	10	15	20	30	35	40
Effectif : n_i	8	22	54	67	35	14
Fréquence : f_i						

a. *Calcule les fréquences en donnant le résultat sous la forme :* $0 \leq f_i \leq 1$.

b. *Calcule la moyenne m des valeurs relevées.*

c. *Prouve que :* $m = 10f_1 + 15f_2 + 20f_3 + 30f_4 + 35f_5 + 40f_6$

Exercice 27 Moyenne avec coefficients

Dans un examen de cinq épreuves dont les coefficients sont :

Mathématique : 4 ; Français : 4 ; EPS : 1 ; Physique : 2 ; Anglais : 3.

Diop et Brahim ont obtenu les résultats suivants :

Elève	Maths	Français	Physique	Anglais	EPS
Diop	12	7	13	11	12
Brahim	7	11	9	10	13

Pour être reçu à l'examen, il faut avoir une moyenne supérieure ou égale à 10.

a. *Diop et Brahim sont-ils reçus ?*

b. *Si les autres notes sont conservées, quelle note en mathématique devrait au moins avoir Brahim pour être reçu ?*

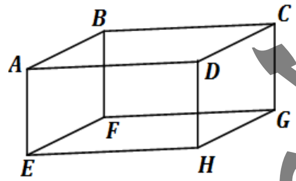
c. *Quelle note de physique devrait avoir Diop pour obtenir au moins 12 de moyenne ?*

Chapitre 17 Prisme droit

I. Activités Préparatoires:

Activité 1:

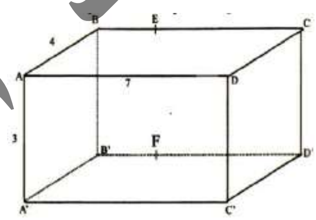
On présente la boite de craie posée sur la table comme indiqué ci-contre, on désigne par ABCDEFGH



1. *Quel est le nombre de sommets ? de faces ?*
2. *Quelle est la nature de chacune des faces ?*
3. *Quel est nombre d'arêtes ? Compare leurs longueurs.*
4. *On trace la diagonale $[AC]$ de la face ABCD puis on coupe entièrement la boite de craie suivant cette diagonale, on obtient deux boites creuses.*
5. *Reprends les questions 1. et 2. En considérant que les faces manquantes existent ? Que peut-on dire des faces ABC, EFG d'une part et d'autre part et d'autre part ACD et ECH ?*
6. *On place I et J milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[BC]$, on trace le segment $[IJ]$ et on coupe à nouveau suivant ce segment le solide ABCGEF. Qu'obtient-on ?*

Activité 2: **Représentation en perspective cavalière**

Pendant le weekend, Salif va chez son oncle Ousmane menuisier, il lui suggère de fabriquer avec des morceaux de bois abandonnés à l'entrée de la menuiserie des solides pour la décoration des portes métalliques avec l'aide Ibrahima, élève en 3AS, le fils ainé d'Ousmane. Pour initier Ibrahima à ce travail, Salif présente un parallélépipède rectangle dont les arêtes ont pour longueurs 3cm ; 7cm ; 4cm. Il ordonne à Ibrahima, à titre d'exemple, de suivre les étapes suivantes pour produire des solides et préparer des affiches pour la commercialisation des produits.

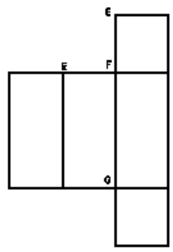


1. *Dessine en perspective cavalière ce parallélépipède rectangle (ou pavé).*
2. *Place les points E et F sur les arêtes $[BC]$ et $[B'D']$ tels que $BE = 2cm$ et $B'F' = 2cm$.*
3. *Trace en trait plein le segment $[ED]$, en traits pointillés les segments $[EF]$ et $[FD']$.*
4. *Découpe suivant ces segments pour obtenir ainsi deux solides s_1 et s_2.*
5. *Les deux solides sont-ils des prismes droits ? Si oui quelles sont les bases ? les faces latérales de chaque prisme ?*
6. *Efface les segments $[EC]$, $[CD]$, $[E'C'][CC']$et$[C'D']$.*

Le dessin obtenu est la représentation en perspective cavalière d'un prisme droit.

Activité 3:

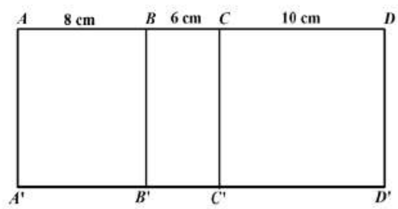
On découpe la boite de craie suivant les arêtes $[AB]$, $[AD]$, $[CD]$, $[EA]$, $[EF]$ et $[EF]$ et on met à plat sur la table le carton. On obtient le développement (ou patron) de la boite.



1. *Complète la figure ci-contre en donnant les sommets du patron de la boite.*
2. *Reproduis ce patron sur un carton puis reconstruis la boite en collant les arêtes avec un ruban adhésif.*

Activité 4: **Le centimètre est l'unité de longueur.**

1. *Sur une feuille de papier, reproduis la figure ci-contre*
2. *Ce dessin est le début d'un patron d'un prisme droit à bases triangulaires ; Achève le patron de ce prisme puis assemble le solide.*
3. *Calcule l'aire du rectangle ADD'A'. Que représente cette aire pour le prisme ?*
4. *Vérifie que ce prisme droit a pour base un triangle rectangle. Calcule son aire.*
5. *Quelle est l'aire totale du prisme ? Calcule le volume de ce prisme ?*



Chapitre 17 Prisme droit

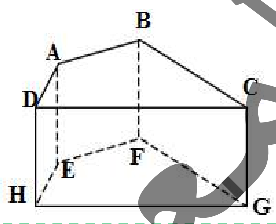
II. Je retiens :

1. Notion de prisme droit :

Définition 1:

Un prisme droit est un solide qui a deux faces polygonales superposables (les bases).
Les autres faces (latérales) sont des rectangles. (Voir figure ci-contre)

- *Les deux plans des deux bases sont parallèles,*
- *Les arêtes latérales $[AE]$, $[BF]$, $[CG]$et$[DH]$ sont parallèles, elles ont la même longueur et sont perpendiculaires aux plans des bases,*
- *La longueur commune des arêtes latérales est appelée hauteur du prisme droit.*



Remarque 1 :

Le cube et le pavé droit sont des prismes droits particuliers

2. Représentation en perspective cavalière :

Résumé :

La perspective cavalière est un mode de représentation dans le plan d'un objet de l'espace.
Elle ne respecte ni tout ce qui est vu, ni tout ce qui est su par l'observateur ; c'est un mode de représentation qui combine complètement les deux.
De ce qui est vu, elle respecte, par exemple, une déformation des angles selon la position de l'observateur, raccourcit les distances. De ce qui est su, elle respecte, en particulier, toutes les propriétés liées au parallélisme
Les trois notions principales qui interviennent dans la représentation en perspective cavalière sont :

- *Les fuyantes sont les droites perpendiculaires au plan frontal, elles sont toutes parallèles*
- *Angle de fuite α est l'angle qui fait sur le dessin une fuyante avec l'horizontale*
- *Le coefficient de réduction est le rapport existant entre la longueur, sur le dessin, d'un segment ayant la direction d'une fuyante et la longueur d'un segment horizontal qui a , en realité, la même longueur que le premier.*

Remarque 2 :

- *Les angles de fuite les plus couramment utilisés ont pour mesure 30° ; 45° ou 60°, car dans ces cas les constructions à la règle et au compas sont faciles.*
- *Les coefficients de déduction usuels sont 1 ;* $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$; $0,6$; 0,7.
- *On peut aussi utiliser les quadrillages pour réaliser une représentation proche de celle qui serait obtenue pour* $h = 0{,}5$ *et* $\alpha = 30°$ *ou* $60°$
- *Les arêtes cachées sont représentées par des traits en pointillés.*

2. Patron d'un prisme :

Description d'un patron d'un pavé droit :

Un patron d'un prisme droit est une surface (ou figure) plane qui permet de reconstituer le prisme droit par découpage, pliage suivant les arêtes et collage en respectant les conditions :

- *Chaque face reste entière ;*
- *Il n'y a pas de superpositions.*

3. Aire - volume d'un prisme :

Régle 1 :

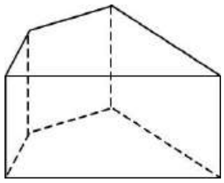
- *L'aire latérale est la somme des aires des faces rectangulaires notée* $\mathcal{A}_L$
- *L'aire totale d'un prisme droit est* $\mathcal{A}_t = 2\mathcal{A}_B + \mathcal{A}_L$
- *Le volume de prisme est le produit de l'aire de la base par la hauteur.*

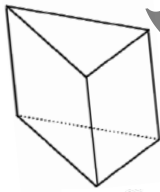
III. Je sais - faire :

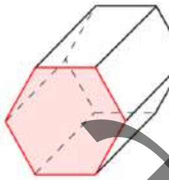
Enoncés des exercices d'application :

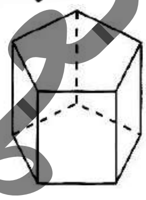
Exercice d'application 1

Pour chaque solide ci-contre, précise s'il s'agit d'un prisme droit, si oui donne ses deux bases.





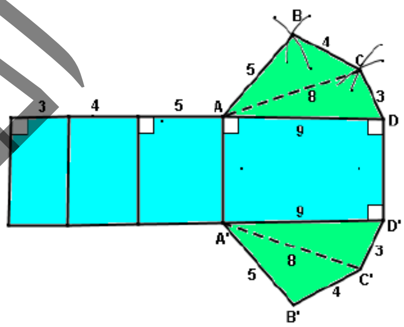




1. *Quel est le nombre d'arêtes et celui de sommets dans une base ? Détermine :*
   - *Le nombre de sommets de prisme ;*
   - *Le nombre de faces ;*
   - *Le nombre d'arêtes.*
2. *Un prisme qui a 32 sommets, combien a-t- il de faces ? d'arêtes ?*
3. *Peut-on construire un prisme droit qui a 60 arêtes ? 64 arêtes ?*

Exercice d'application 2

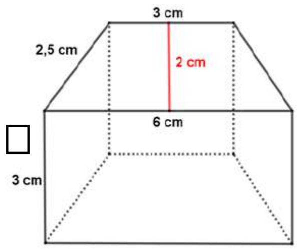
Dans une société de fabrication d'emballage, Cheikh trouve le dessin que voici :



1. *Reproduis ce dessin sur une feuille de papier en prenant le centimètre comme unité de longueur.*
2. *Découpe-le, plie-le suivant les segments en trait et assemble le solide en collant les languettes.*
3. *Le solide obtenu est-il un prisme droit ? Combien a-t-il de faces ? d'arêtes ? de sommets ?*

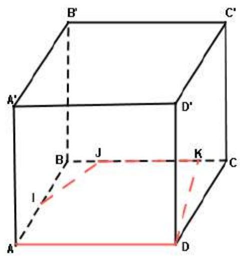
Exercice d'application 3

Une association de jeunes veut aider la population d'un quartier périphérique de Nouakchott à régler son problème d'alimentation en eau potable.
Elle décide de construire un réservoir d'eau métallique ayant la forme d'un prisme droit dont la base est un trapèze isocèle comme l'indique la figure ci-contre :

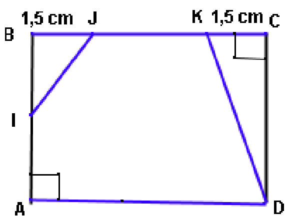


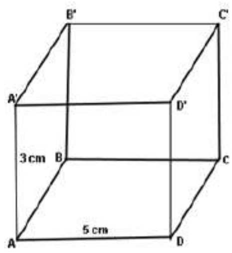
1. *Calcule la surface de tôle qu'il faut pour les deux bases.*
2. *Calcule la surface de tôle qu'il faut pour les faces latérales. Quelle est sa surface totale ?*
3. *Quel est le volume de ce réservoir ?*

Exercice d'application 4



1. *Reproduis le dessin en perspective cavalière ci-contre du parallélépipède rectangle ABCDA'B'C'D' de hauteur 3cm, posé sur la face ABCD dont les dimensions sont 4cm et 6cm.*
2. *Sur le dessin, place les points I, J et K tels que :*
   - *I est le milieu de [AB] ;*
   - *J est sur le segment [BC] et BJ=1,5cm*
   - *K est sur le segment [BC] et CK=1,5cm*
3. *Trace le polygone AIJKD*
4. *Achève la représentation en perspective cavalière du prisme droit posé sur sa*

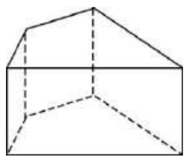
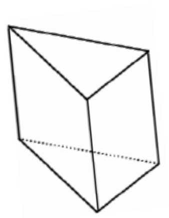
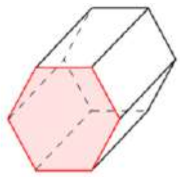
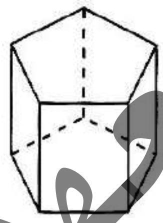




Solutions des exercices d'application

Exercice d'application 1

1. Chacun des solides donnés est un prisme droit, le premier ses bases est un quadrilatère, le second ses bases est un triangle, le troisième ses bases est un hexagone et le quatrième ses bases est un pentagone.

Tableau récapitulatif				
Nombre d'arêtes est égal à celui de sommets dans une base	4	3	6	5
Le nombre de sommets de prisme	12	9	18	15
Le nombre de faces	6	5	8	7
Le nombre total des arêtes	12	12	18	15

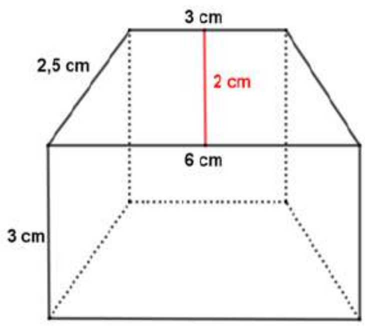
2. *Un prisme qui a 32 sommets, est possède 18 de faces 48 d'arêtes.*
3. *On peut construire un prisme droit qui a 60 arêtes, mais pas un prisme à 64 arêtes.*

Exercice d'application 2

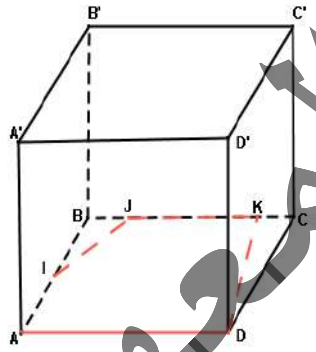
1. *Pour reproduire le dessin donné sur une feuille de papier en prenant le centimètre comme unité de longueur, on construit quatre rectangles dont l'une de leurs dimensions est précisée sur la figure (la hauteur du prisme n'est connue).*
   On construit en suite deux triangles comme indiqué sur la figure sur le rectangle à droit puis on complète le dessin par deux autres triangles identiques aux deux premiers triangles sur le côté opposé de ce rectangle
2. *Je le découpe, plie-le suivant les segments en trait et assemble le solide en collant les languettes.*
3. *Le solide obtenu est un prisme droit 6 faces, 12 d'arêtes et 8 de sommets.*

Exercice d'application 3

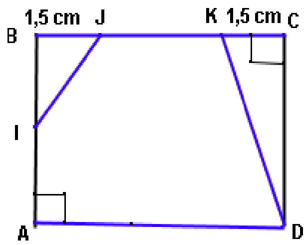
1. *La surface de tôle qu'il faut pour les deux bases est* $2 \times \frac{(6+3)\times 2}{2} = 18\ cm^2$.
2. *La surface de tôle qu'il faut pour les faces latérales est*
   $$2 \times (3 \times 2{,}5) + 3 \times 3 + 3 \times 6 = 41cm^2.$$
   La surface totale de tôle est $18\ cm^2 + 41cm^2 = 51cm^2$.
3. *Le volume de ce réservoir est*
   $$\frac{(6+3)\times 2}{2} \times 3 = 27cm^2.$$

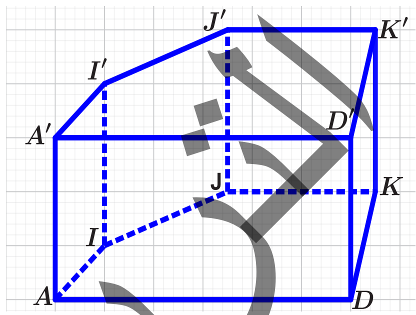


Exercice d'application 4



1. *Je reproduis le dessin en perspective cavalière ci-contre du parallélépipède rectangle ABCDA'B'C'D' de hauteur 3cm, posé sur la face ABCD dont les dimensions sont 4cm et 6cm.*
2. *Sur le dessin, je place les points I, J et K tels que :*
   - *I est le milieu de $[AB]$;*
   - *J est sur le segment $[BC]$ et BJ=1,5cm*
   - *K est sur le segment $[BC]$ et CK=1,5cm*
3. *Je trace le polygone AIJKD voir figure ci-dessous*
4. *J'achève la représentation en perspective cavalière du prisme droit posé sur sa base AIJKD.*

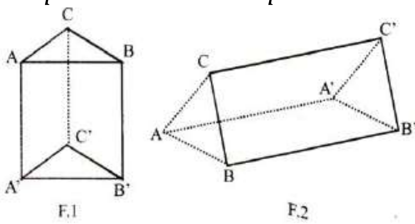




IV. Je m'exercice :

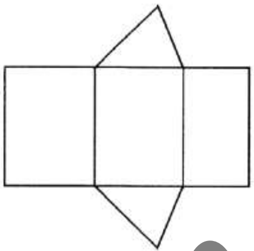
Exercice 1 :

A. On donne deux représentations en perspective d'un même prisme.



1. Cite les bases de ce prisme
2. Cite les faces latérales, quelle forme ont-elles sur ce solide ? Quelle forme ont-elles dans la représentation en perspective ?
3. Cite les arêtes latérales de ce prisme.

B. On donne le patron du prisme ci-dessous



1. Quelles sont les longueurs des arêtes de la base ?
2. Quelle est la hauteur de ce prisme ?
3. Sur la représentation en perspective fig.1.
4. Quelles arêtes sont dessinées avec leurs longueurs réelles ?
5. Reprends la question 3. avec la représentation F.2

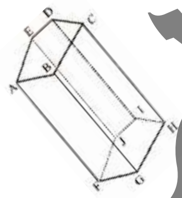
Exercice 2 :

Le tableau ci-dessous donne le nombre de sommets, de faces latérales, de faces d'un prisme droit en fonction du nombre de côtés de la base. Complète le tableau

Nombre de côtés de la base	Nombre de sommets	Nombre d'arêtes	Nombre de face latérales	Nombre de faces
3	6	9	3	5
4				
5				
6				
n				

Exercice 3 : Arêtes de longueurs égales

La figure ci-contre est une représentation en perspective d'un prisme droit.



a. Cite les arêtes qui ont la même longueur que $[AF]$.

b. Cite quatre autres paires d'arêtes de même longueur.

Exercice 4 : Longueur totale des arêtes

Calcule la longueur totale des arêtes d'un prisme droit dans chacun des cas suivants :

a. La hauteur est égale à 7 cm. Les bases sont des triangles équilatéraux de côté 3 cm.

b. La hauteur est égale à 10 cm. Les bases sont des quadrilatères de périmètre égal à 25 cm.

c. La hauteur est égale à 8 cm. Les bases sont des carrés dont les côtés mesurent les trois quarts de la hauteur.

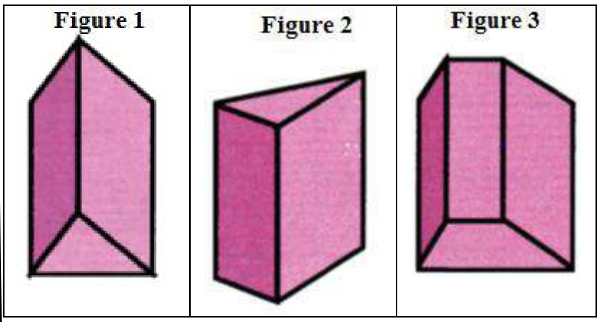
d. La hauteur est égale à 5 cm. Les bases sont des hexagones réguliers de côtés 12 cm.

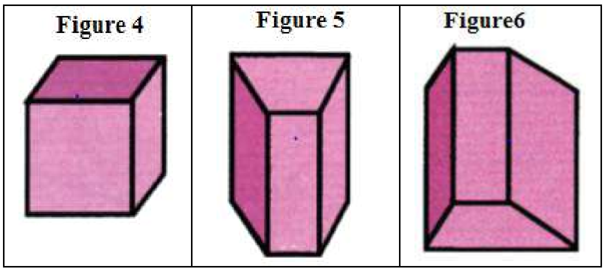
Exercice 5 : Petite équation

Les bases d'un prisme droit sont des triangles équilatéraux de côté x.
La hauteur de ce prisme est égale à $2x$, ℓ est la longueur totale des arêtes.
Exprime ℓ en fonction de x. Si $\ell = 48$ cm ;
Calcule x.

Exercice 6 :

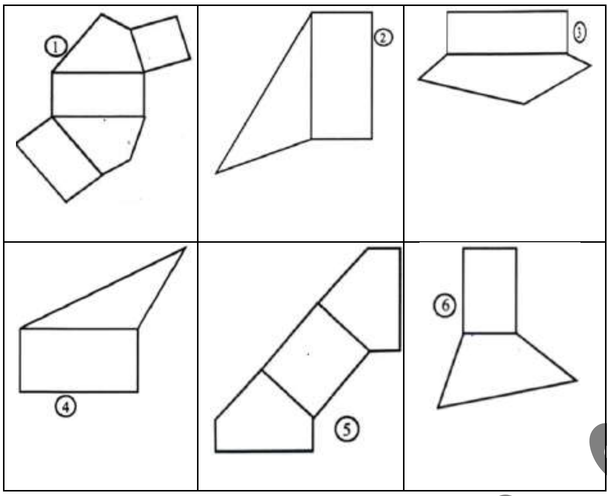
Les prismes représentés ci-dessous sont des prismes droits posés sur une face.
Pour chacun d'eux, dis s'il est posé sur l'une de ses bases ou s'il est posé sur l'une de ses faces latérales.





Exercice 7 : Complète un patron

Les figures ci-dessous sont des débuts de patrons de prismes droits.

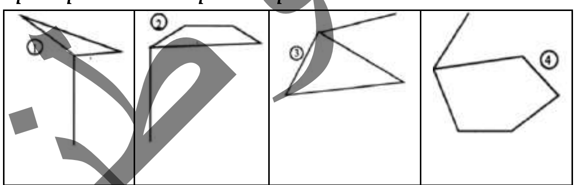


Reproduis ces figures et complète les patrons. (On pourra utiliser le compas pour reproduire certaines longueurs.)

***Indication** : Commence par trouver le nombre d'arêtes latérales.*

Exercice 8 : Représentation en perspective

On a dessiné des arêtes de la représentation en perspective de quatre prismes droits.



Reproduis les figures sur le quadrillage du cahier et achève ces représentations.

Exercice 9 : Il y a plusieurs solutions

On a dessiné 3 arêtes de la représentation en perspective cavalière d'un prisme droit à base triangulaire.

Trouve toutes les façons d'achever cette représentation.

Exercice 10 : Des dimensions à une représentation

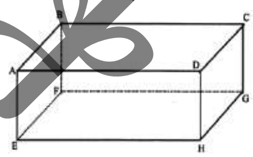
Les bases d'un prisme droit ABCA'B'C' sont les triangles ABC et A'B'C'.

$AB = 4{,}5$ cm ; $AC = 5$ cm ; $BC = 6$ cm.

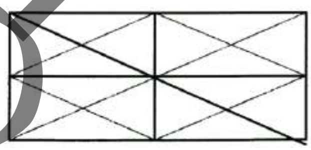
Représente en perspective cavalière ce prisme posé sur la face BCC'B' ; la base étant en vraie grandeur.

Exercice 11 : Décoration

Représente un parallélépipède rectangle en perspective cavalière comme sur la figure ci-contre :

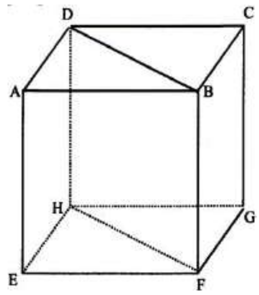


Puis reproduis la décoration du rectangle ci-dessous sur la face ABCD.



Exercice 12 :

La figure ci-contre est la représentation en perspective cavalière d'un cube d'arête 4 cm. Représente en perspective cavalière le prisme droit de bases ADB et EHF posé sur la face ABFE.



Exercice 13 : A main levée

A main levée, représente en perspective un prisme droit à base pentagonale posé :

a. *Sur une base.*
b. *Sur une face latérale.*

Exercice 14 :

L'unité de longueur est le centimètre.

Un prisme droit a pour base un triangle ABC tel que $AB = 5$; $BC = 4$ et $AC = 3$.

L'une de ses faces latérales est un rectangle ABED et $AD = 7$.

a. *Représente en perspective cavalière le prisme ABCDEF.*

b. M est le milieu de l'arête [AB] et N le milieu de l'arête [DE]. Dessine la base ABC et le segment [CM], puis le quadrilatère MCFN en vraie grandeur.

Exercice 15 :

Représente en perspective cavalière un prisme droit ABCDEFGH sachant que les bases ABCD et EFGH sont des parallélogrammes et que le quadrilatère ABFE est une face latérale.

a. Quelles sont les arêtes parallèles à l'arête [AB] ?
b. Quelles sont les arêtes parallèles à l'arête [AD] ?

Exercice 16 :

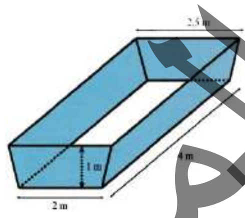
ABCEFG est un prisme droit, les bases ABC et EFG sont deux triangles équilatéraux de 5cm de côté.

a. Les faces latérales sont les rectangles ABFE, BCGF, ACGE. La hauteur est de 8 cm.
b. Représente le prisme en perspective cavalière de façon à ce que les faces ABC et EFG soient horizontales et que la face ACGE soit dessinée en vraie grandeur.
c. Représente le prisme en perspective cavalière de façon à ce que la face ACGE soit horizontale et que ABC et EFG apparaissent en vraie grandeur.
d. Soit I est le milieu de [BC], J le milieu de [FG]. Représente le prisme AICEJG de façon à ce que la face ICGJ sont horizontale et que les faces AIC et JGE soient horizontales et que les faces AIC et JGE soient dessinées en vraie grandeur.
e. Calcule la longueur totale des arêtes du prisme ABCEFG.

Exercice 17 :

On creuse une tranchée de 1 500 m de long dont la section est un rectangle de 45cm sur 35 cm.

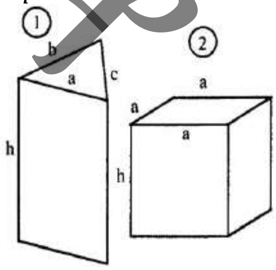
a. Calcule le volume de la tranchée.
   Le volume de sable augmenté de 15% lorsque celle-ci est extraite du sol.
b. Quel est le volume du tas de sable provenant de la tranchée ?
c. Le sable est transporté dans des bennes dont la forme est indiquée sur la figure ci-contre ; c'est un prisme droit de 4 m de long dont la section est un trapèze isocèle dont les bases mesurent 2,50 m et 2 m et la hauteur mesure 1m.



Combien de bennes faudra-t-il pour transporter tout le sable ?

Exercice 18 :

Calcule l'aire latérale des prismes droits représentés ci-contre :



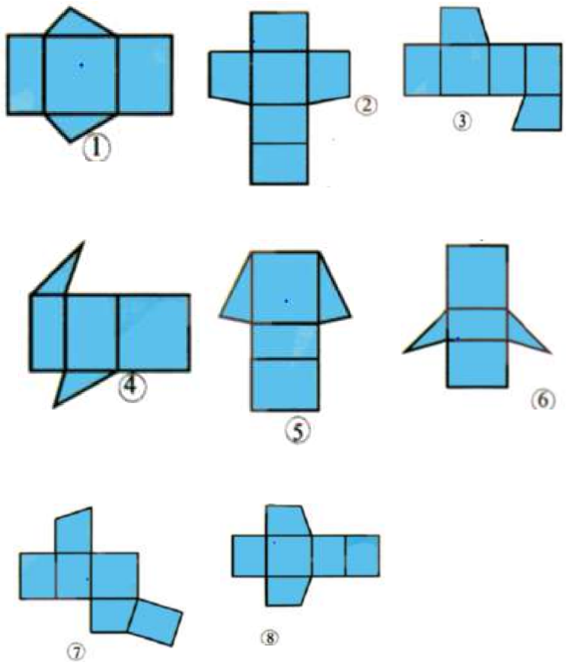
1. $a = 3{,}4$ cm ; $b = 2{,}3$ cm ; $c = 1{,}8$ cm ; $h = 4{,}5$ cm.

2. $a = 4{,}2$ cm ; $h = 1{,}5\,a$.

Exercice 19 :

Parmi les dessins ci-dessous reconnaître

a. Les patrons de prismes droits.
b. Les patrons de prismes identiques.



Chapitre 18 Prisme droit

I. Activités préparatoires :

Activité 1: *Présentation d'un cylindre de révolution*

Partie1 :

Examine la forme des objets suivants :

- *une boite métallique contenant du lait concentré*
- *un baril (récipient souvent utilisé par les familles pour s'approvisionner en eau)*

Que peut-on distinguer dans ces objets ?

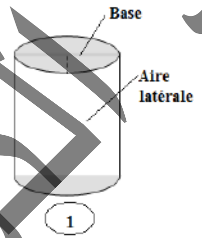
Partie2 :

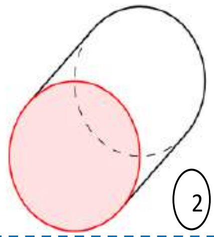
Prends un petit carton de forme rectangulaire et fait tourner ce carton autour de l'axe Δ passant par les milieux de deux côtés opposés. Observe le mouvement du rectangle. Que remarques-tu ?

Activité 2:

Représente une boite métallique contenant du lait concentré

posée sur la base ① puis sur la surface latérale ②





Activité 3:

On reprend une boite métallique vide de lait concentré

1. *Si tu découpes cette boite en suivant une génératrice puis en suivant les conférences de deux bases. Qu'obtiens-tu ?*
2. *Trace le développement (ou le patron) de cette boite.*

Activité 4:

On donne un cylindre de hauteur 8 cm et rayon 3 cm. Construis son patron

a. *Représente en perspective cavalière ce cylindre*
b. *Place A, A', B, B' les sommets du rectangle obtenu par développement du cylindre*
c. *Mesure les dimensions de ce rectangle. Que constates-tu ?*
d. *Calcule le volume de ce cylindre.*
e. *Calcule l'aire de latérale et l'aire d'une base de ce cylindre. Quelle est l'aire totale ?*

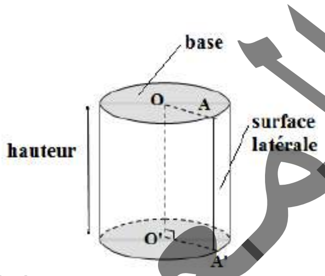
II. Je retiens :

1. Présentation d'un cylindre de révolution :

Description d'un cylindre de révolution :

Un cylindre de révolution est un solide qui a une surface courbe (Voir figure ci-contre)

- *Les bases sont deux disques de même rayon situés dans des plans parallèles ;*
- *Le segment $[AA']$ est appelé génératrice du cylindre, sa longueur AA' est la hauteur du cylindre ;*
- *Les segments $[OA]$ et $[O'A']$ sont deux rayons des deux bases et $OA = O'A'$*

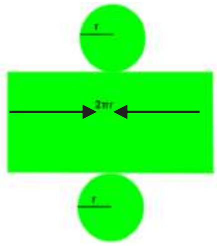


2. Représentation d'un cylindre de révolution en perspective cavalière :

3. Patron d'un cylindre de révolution :

Régle 1 :

Le patron d'un cylindre se présente sous la forme d'un rectangle dont deux côtés opposés sont entourés par deux disques superposables dont la circonférence est égale à la mesure de ces côtés.

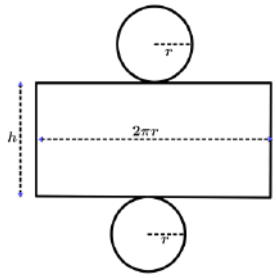


4. Eléments métriques dans un cylindre de révolution :

Régle 2 :

Soit h la hauteur d'un cylindre de révolution et r le rayon du disque de sa base.

- *L'aire d'une base cylindre : est πr^2*
- *L'aire latérale de cylindre : est $2\pi rh$*
- *L'aire totale de cylindre est : $2\pi rh + 2\pi r^2$*
- *Le volume de cylindre est : $\pi r^2 h$*



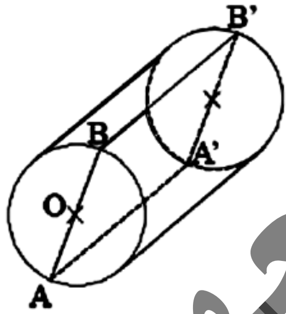
III. Je sais - faire :

Enoncés des exercices d'application :

Exercice d'application 1

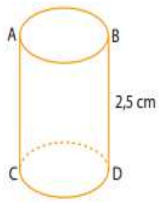
La figure ci-contre représente un cylindre.

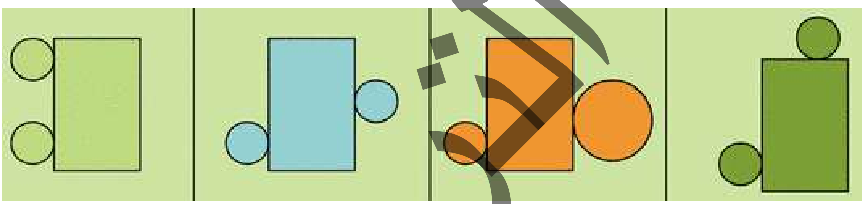
1. *Nomme deux segments différents donnant :*
   a. *la hauteur du cylindre :*
   b. *le rayon du cylindre :*
2. *Quelle est la nature du quadrilatère AA'B'B :*
   a. *sur le dessin ? :*
   b. *dans la réalité ?*



Exercice d'application 2

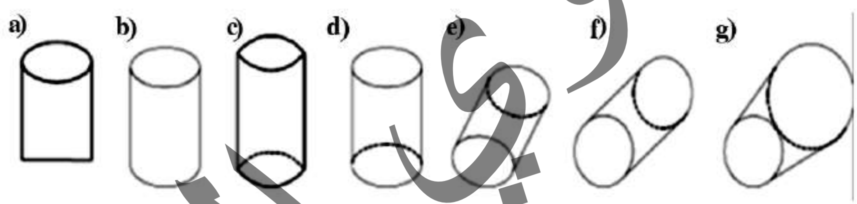
On propose ci-dessous quatre figures différentes.
Quelle(s) est (sont) celle(s) qui corresponde(nt) au patron du cylindre ci-dessous ? Justifie ta réponse.





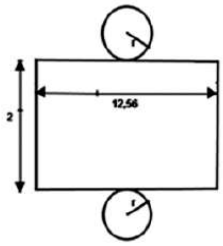
Exercice d'application 3

Parmi les dessins suivants, quels sont ceux qui représentent un cylindre en perspective ?



Exercice d'application 4

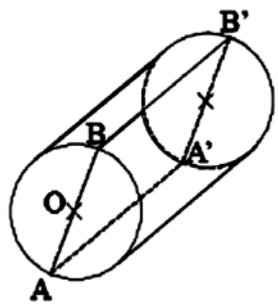
Sur le patron dessiné ci-contre, les dimensions sont en centimètres.
Calcule le rayon du disque de la base, l'aire latérale, l'aire totale et le volume de ce cylindre.



Solutions des exercices d'application

Exercice d'application 1

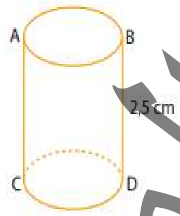
1. *Je nomme deux segments différents donnant :*
   a. *la hauteur du cylindre : [AA'] et [BB']*
   b. *le rayon du cylindre : [AO] et [BO]*
2. *La nature du quadrilatère AA'B'B :*
   a. *sur le dessin c'est un parallélogramme.*
   b. *dans la réalité c'est un rectangle.*

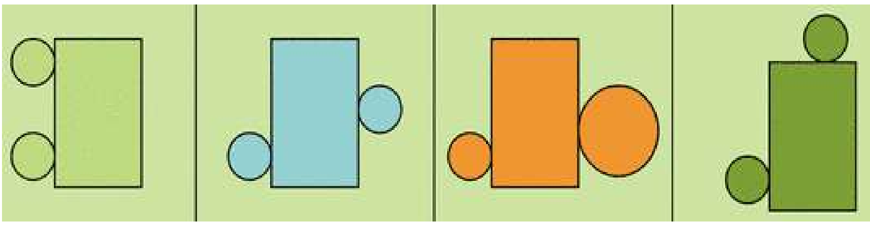


Exercice d'application 2

On propose ci-dessous quatre figures différentes.

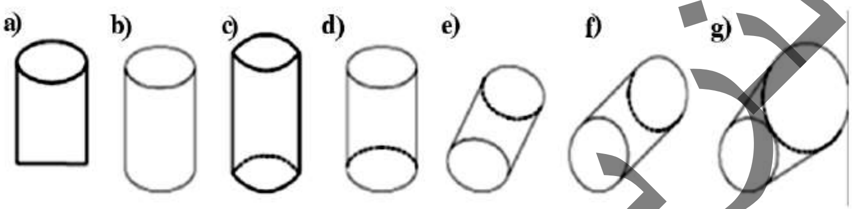
La seule figure qui peut correspondre au patron du cylindre ci-contre est la figure bleue, car le patron d'un cylindre se présente sous la forme d'un rectangle dont deux opposés sont entourés par deux disques dont circonférence est égale à la mesure de ces côtés.





Exercice d'application 3

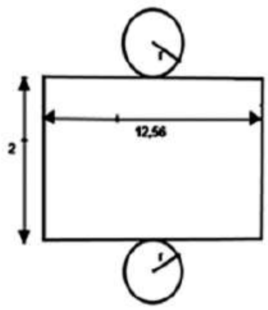
Parmi les dessins suivants, seuls les figures $d), e)$ *et* $f)$ *représentent un cylindre en perspective.*



Exercice d'application 4

Sur le patron dessiné ci-contre, les dimensions sont en centimètres.

Je calcule le rayon du disque de la base, l'aire latérale, l'aire totale et le volume de ce cylindre :



- *Soit r le rayon du disque de la base.*

  La longueur du disque de la base est 12,56 cm alors $2\pi r = 12{,}56cm$, *donc :*

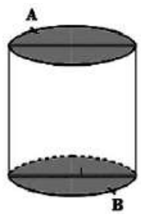
  $r = \frac{12{,}56}{2\pi} \cong 2\ cm.$
- *L'aire latérale est égale à :* $12{,}56 \times 2 = 25{,}12\ cm^2$.
- *L'aire totale est égale à :* $L'aire\ latérale + 2 \times L'aire\ du\ disque$

  $= 25{,}12 + 2\pi r^2 \cong 25{,}12 + 25{,}12 = 50{,}24\ cm^2.$
- *Volume est égal à :* $\pi r^2 h = 3{,}14 \times 4 \times 2 \cong 25{,}12cm^3$.

IV. Je m'exercice :

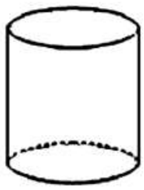
Exercice 1 :

Quel est le trajet le plus court, sur le cylindre, pour aller du point A au point B ?



Exercice 2 :

On dispose d'un cylindre de mousse dense

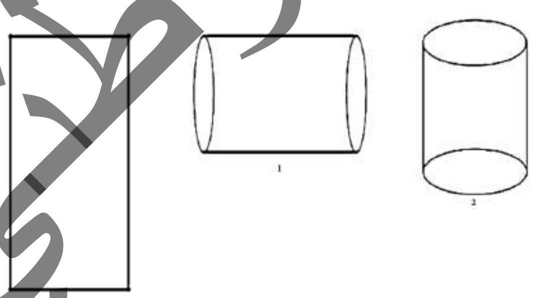


a. Quelle est la forme du solide restant quand on coupe ce cylindre selon un plan parallèle à l'axe du cylindre ?

b. Même question si le plan de coupe est perpendiculaire à l'axe du cylindre.

Exercice 3 :

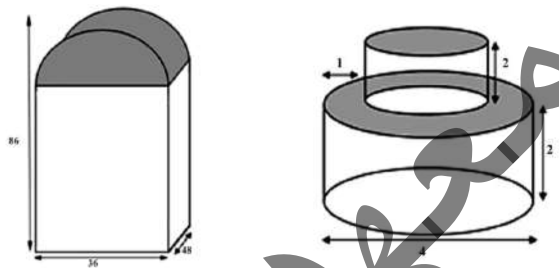
Voici une feuille de papier de dimensions :
Largeur = 3,14 cm ; longueur = 9,42 cm.
On peut l'enrouler de deux façons : Suivant la largeur (1) ou suivant la longueur (2)
Quelle façon d'enrouler la feuille crée un solide de plus grand volume ?



Exercice 4 :

Dans un récipient cylindrique de 20 cm de diamètre, on a recueilli 3,14 dm^3 d'eau de pluie.
Calcule la hauteur d'eau qui est tombée dans ce récipient.

Exercice 5 :



La figure ci-dessous représente une borne kilométrique formée d'un pavé surmonté d'un demi-cylindre.

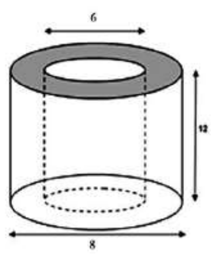
a. Quelle est la hauteur du pavé droit ?

b. Quelle est l'aire latérale de la borne ?

c. Quel est son volume ?

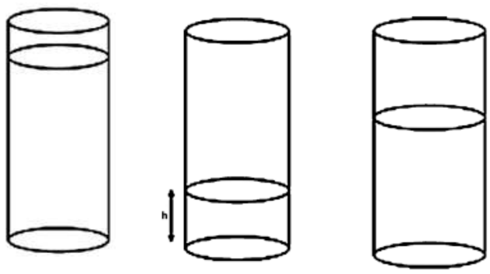
Exercice 6 :

Calcule le volume ci-dessous.



Exercice 7 :

On dispose d'un récipient cylindrique de hauteur 18 cm. Le rayon du disque de base est de 2,5 cm.



On décide de verser un liquide en plusieurs fois dans ce réservoir.
A chaque opération on note la hauteur h (en cm) de liquide et on se propose de calculer le volume v (en cm^3) du liquide contenu dans le réservoir.

a. Recopie et complète le tableau.

h	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
V										

b. Pourquoi peut-on dire que la hauteur h de liquide et le volume v correspondant sont proportionnels ?

Exercice 8 :

Pour mesurer des volumes de grain ou de poudre, on utilise des « mesures » cylindriques dont la hauteur est égale au diamètre.

a. Recopie et complète le tableau suivant :

Diamètre	137mm	108mm	86mm	50 mm
Volume (en litres)	……l	……l	……l	……l

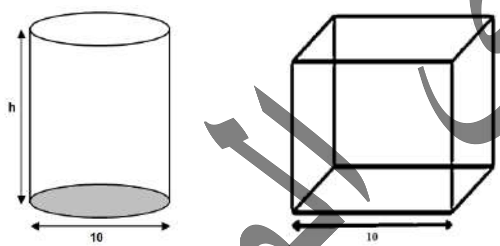
b. Explique le choix, au départ surprenant, des diamètres.

c. Le tableau ci-dessous est-il un tableau de proportionnalité ?

d. Exprime le volume d'une « mesure » en fonction du diamètre.

Exercice 9 :

On considère les deux boites cubique et cylindrique ci-dessous.



a. Sachant que les deux boites ont le même volume, Calcule la hauteur h.

b. Les deux boites sont sans couvercles. Quelle est celle qui nécessite le moins de tôle pour sa fabrication ?

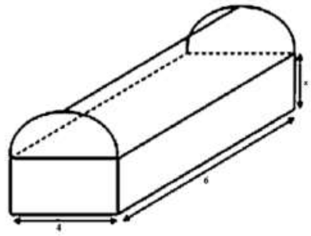
Exercice 10

Des grosses bougies cylindriques de 7 cm de diamètre et de 15 cm de hauteur sont vendues par paquets de quatre. Leurs faces latérales sont enveloppées d'un film plastique comme sur le schéma ci-contre.

Quel est le volume du paquet ?

Exercice 11

Un abri a 4 m de large et 6 m de long.



Son toit a la forme d'un demi-cylindre horizontal.

Détermine x pour que le volume total de cet abri soit 100 m^3.

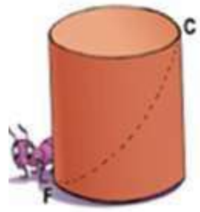
Exercice 12 Fabrication de boites de conserve

On dispose d'une plaque métallique rectangulaire de 80cm de longueur et de 60cm de largeur. A partir de cette plaque, on veut fabriquer des boites de conserve cylindriques de hauteur 10cm et dont le disque de base a un rayon de 3cm.

1. Calculer la surface de base de la boite
2. Calculer la surface latérale de la boite
3. En déduire la surface totale pour construire une boite
4. Combien de boites de conserves peut-on fabriquer ?
5. Calculer la surface métallique restante (on prendra $\pi = 3{,}14$).

Exercice 13 La fourmi

Une fourmi se trouvant en F au bas d'un pot cylindrique, veut manger de la Confiture qui se trouve en C, symétrique de F par rapport au centre du cylindre.



La hauteur du pot mesure 15 cm. Son diamètre est de 10 cm.

Trouver pour la fourmi la trajectoire la plus courte ainsi que sa longueur.

<u>Indication :</u> Un patron peut être utile….

Exercice 14 : Contenance d'un puits

Pour estimer la contenance d'un puits assimilé à un cylindre de diamètre 1 m, un éleveur a utilisé un tuyau.

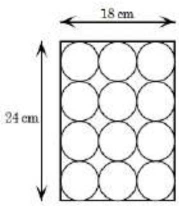
Après avoir introduit le tuyau dans le puits il le tire et mesure la longueur de sa partie mouillée et il trouve 1,23 m.

Déterminer la contenance de ce puits

Exercice 15 : Emballage

Les boites cylindriques sont souvent emballées dans des caisses. La figure ci-dessous illustre des boites emballées dans une caisse de dimensions 18 cm, 24 cm et 15 cm.

Calcule par plusieurs méthodes le volume total gaspillé entre les boites.



Exercice 16 : Vase à plantes

Un menuisier utilise des feuilles métalliques pour fabriquer des vases cylindriques pour plantes de décoration, dont la hauteur h = 50cm et le diamètre d=35cm.

1. *Sachant que l'épaisseur d'une feuille du métal est de 4 cm, détermine le volume du métal utilisé dans la fabrication d'un vase.*
2. *Quel est le coût du métal nécessaire pour un vase sachant le prix d'un m^3 de ce métal est 5000 MRU*
3. *Si le vase doit être rempli de sable jusqu'à 10 cm du bord supérieur, estime la quantité de sable utilisée.*

Lexique mathématique : Français - Arabe

Lexique mathématique : Français - Arabe					
Abscisse	فاصلة	Collecter	تجميع	Disjoint	منفصل
Addition	الجمع	Commutativité	تبادلية	Disque	قرص
Affine	ارتباطي	Comparer	قارن	Distributivité	توزيعية
Aire	مساحة	Cône	مخروط	Dividende	مقسوم
Aire latérale	مساحة جانبية	Cône de révolution	مخروط دوراني	Diviseur	قاسم
Amplitude	سعة	Configuration	تشكلة	Divisibilité	قابلية القسمة
Angle	زاوية	Conjecture	عرضية	Données statistiques	معطيات إحصائية
Angle aigu	زاوية حادة	Constante	ثابتة	Droites Parallèles	مستقيمات متوازية
Angle au centre	الزاوية المركزية	Construire	منشئ	Droites perpendiculaires	مستقيمات متعامدة
Angle droit	زاوية قائمة	Continu	متصل	Echelle	مقياس الرسم
Angle inscrit	زاوية محيطية	Contradiction	تناقص	Ecriture scientifique	كتابة علمية
Angle obtus	زاوية منفرجة	Contraposé	مضاد	Effectif	تحصيص
Angle plat	زاوية مستقيمة	Cosinus	جيب تمام	Egal	متساوي
Angles adjacents	زاويتان متجاورتان	Côté	ضلع	Encadrer	مطوق
Angles alternes-internes	زاويتان متبادلتان داخليا	Couple	زوج	Ensemble	مجموعة
Angles complémentaires	زاويتان متكاملتان	Crochet	قوس	Entiers naturels	عدد طبيعي
Angles correspondants	زاويتان متقابلتان	Croissant	متزايد	Entiers relatifs	عدد صحيح
Angles supplémentaires	زاويتان متتامتان	Cube	مكعب	Equation	معادلة
Application	تطبيق	Cumulée	تراكمي	Equidistant	متساوي المسافة
Approximation	تقريب	Cylindre	أسطوانة	Equivalent	متكافئ
Arc	قوس	Décimal	عشري	Exposant	أس
Arêtes	حرف	Décimaux relatifs	أعداد عشرية نسبية	Extraire	مستخرج
Arrondi	مقرب	Décomposer	فكك	Extrémité	طرف
Associativité	تجميعية	Décroissant	متناقص	Face	وجه، واجهة
Axe	محور	Degré	درجة	Face littérale	واجهة جانبية
Axe de symétrie	محور تناظر	Demi-droite	نصف مستقيم	Facteurs premiers	عوامل أولية
Base	قاعدة	Dénominateur	مقام	Factoriser	فكك
Bissectrice	منصف	Dépense	مصاريف	Figure	شكل
Borne	طرف حد	Dépouiller	فرز	Fonction	دالة
Calcul	حساب	Déterminer	حدد	Formule	صيغة
Calcul littéral	حساب حرفي	Développer	نشر	Fraction	كسر
Caractère (statistique)	ميزة إحصائية	Diagonale d'un polygone	قطر مضلع	Fraction irréductible	كسر غير قابل للاختزال
Carré	مربع	Diagramme	مضلع	Fréquence	تردد
Centre	مركز	Diagramme en bâtons	مضلع الأعمدة	Grade	غراد
Cercle	دائرة	Diamètre	قطر	Hauteur	ارتفاع
Classe médiane	الصف المتوسط	Différence	فرق	Hypoténuse	وتر
Classe modale	الفصل المنوالي	Dimension	بعد	Hypothèse	فرضية
Coefficient directeur	معامل التوجيه	Direction	منحى	Identification	مطابقة
Colinéaire	متخاطة، مرتبطة خط	Discret	غير متصل	Identifier	محدد، ميز

Implication	استلزام، اقتضاء	Parallélogramme	متوازي الأضلاع	Orthogonaux	متعامدة
Incidence	تقاطع	Patron	منشور	Segment	قطعة مستقيمة
Inconnue	مجهول	Pavé droit	منشور قائم	Semi-circulaire	نصف دائري
Inéquation	متراجحة	Périmètre	محيط	Sens	اتجاه
Inférieur... Plus petit	أصغر	Perspective cavalière	التمثيل المنظوري	Sens de variation	اتجاه التغيرات
Intérieur d'un cercle	داخل دائرة	PGCD	القاسم المشترك الأعلى	Série	سلسلة
Interpréter	فسر	Point	نقطة	signe	إشارة
Intersection	تقاطع	Points alignés	نقط مستقيمة	Simplifier	مختزل (بسيط)
Intervalle	مجال	Polygone	مضلع	Sinus	جيب
Invariant	لا متحول	Polygone régulier	مضلع منتظم	Solide	مجسم
Inverse	مقلوب	Population	ساكنة-مجتمع	Solution	حل
Inverse d'une fraction	مقلوب كسر	PPCM	المضاعف المشترك الأدنى	Somme	جمع
Isocèle	متساوي الساقين	Priorité des opérations	سبقية العمليات	Sommet	قمة
Linéaire	خطي	Prisme droit	موشور قائم	Soustraction	طرح، نقص
Losange	معين	Production	الإنتاج	Sphère	كرة
Maquette	تصميم	Produit	جداء	Statistique	إحصاء
Médiatrice	واسط	Programme de construction	برنامج إنشاء	Supérieur, Plus grand	أكبر
Mesure	قياس	Projection	إسقاط	Surface	سطح، مساحة
Milieu	منتصف	Proportionnalité	التناسبية	Symétrie axiale	تناظر محوري
Mode	منوال	Protection	حماية	Symétrie centrale	تناظر مركزي
Moyenne	متوسط	Puissance	قوة	Symétrique	تناظر
Multiple	مضاعف	Pyramide	هرم	Système	نظام
Nombre composé	عدد مركب	Quatrième proportionnel	الرابع التناسبي	Tableau	جدول
Nombre décimal	عدد عشري	Quotient	الحاصل	Tangente	تماس
Nombre entier naturel	عدد طبيعي	Racine	جذر	Taux	نسبة
Nombre entier relatif	عدد صحيح	Radian	رديان	Tracer	أرسم
Nombre fractionnaire	عدد كسري	Rayon	شعاع	Traduire	ترجم
Nombre impair	عدد فردي	Réciproque	عكسي	Transformation	تحويل
Nombre irrationnel	عدد لانسبي	Reconnaitre	تعرف على	Translation	إزاحة
Nombre pair	عدد زوجي	Rectangle	مستطيل	Trapèze	شبه منحرف
Nombre premier	عدد أولي	Rédiger	أنشئ (حرر)	Triangle	مثلث
Nombre rationnel	عدد نسبي	Réduction	اختصار	Triangle équilatéral	مثلث متساوي الأضلاع
Nombre réel	عدد حقيقي	Réduire	اختصر	Triangle isocèle	مثلث متساوي الساقين
Numérateur	بسط	Relation	علاقة	Triangle rectangle	مثلث قائم
Opération	عملية	Repère	مرجع	Trigonométrique	مثلثاتية
Opposé	نظير	Représentation	مثل	Troncature	قطع
Ordonné	رتيب	Reproduire	أعد	Unité	وحدة
Ordre	رتبة ، ترتيب	Réunion	اتحاد	Valeur approchée	قيمة تقريبية
Parallélisme	متوازي	Orthogonalité	تعامد	Volume	حجم